

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2019  
-الموضوع-



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

\*\*\*\*\*

NS22

3	مدة الانجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

### تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

### مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	المسألة

ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط  $A(1, -1, -1)$  و  $B(0, -2, 1)$  و  $C(1, -2, 0)$ 

1 (أ) بين أن  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  0.75

ب) استنتج أن  $x + y + z + 1 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  0.52) لتكن  $(S)$  الفلكة التي معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 1 = 0$ بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(2, -1, 1)$  و أن شعاعها هو  $R = \sqrt{5}$  0.753 (أ) أحسب  $d(\Omega, (ABC))$  مسافة النقطة  $\Omega$  عن المستوى  $(ABC)$  0.5ب) استنتج أن المستوى  $(ABC)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$  (تحديد مركز وشعاع  $(\Gamma)$  غير مطلوب) 0.5

التمرين الثاني (3 نقط):

1 (أ) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $z^2 - 2z + 4 = 0$  0.75

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  التي أحاقها

على التوالي هي:  $a = 1 - i\sqrt{3}$  و  $b = 2 + 2i$  و  $c = \sqrt{3} + i$  و  $d = -2 + 2\sqrt{3}$

أ) تحقق أن  $a - d = -\sqrt{3}(c - d)$  0.5

ب) استنتج أن النقط  $A$  و  $C$  و  $D$  مستقيمة. 0.253) ليكن  $z$  لحق نقطة  $M$  و  $z'$  لحق النقطة  $M'$  صورة النقطة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{-\pi}{3}$ 

تحقق أن  $z' = \frac{1}{2}az$  0.5

4) لتكن  $H$  صورة النقطة  $B$  بالدوران  $R$ ، و  $h$  لحقها، و  $P$  النقطة التي لحقها  $p$  حيث  $p = a - c$ 

أ) تحقق أن  $h = ip$  0.5

ب) بين أن المثلث  $OHP$  قائم الزاوية و متساوي الساقين في  $O$  0.5

التمرين الثالث (3 نقط):

يحتوي صندوق على عشر كرات: ثلاث كرات خضراء و ست كرات حمراء و كرة واحدة سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا و تأنيا ثلاث كرات من الصندوق.

نعتبر الأحداث التالية: A: "الحصول على ثلاث كرات خضراء"

و B: "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون"

و C: "الحصول على كرتين على الأقل من نفس اللون"

1) بين أن:  $p(A) = \frac{1}{120}$  و  $p(B) = \frac{7}{40}$  2

2) أحسب  $p(C)$  1

المسألة (11 نقطة) :  
الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

و  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 1cm)

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم أول النتيجة هندسيا 0.5

(2) (أ) تحقق أن لكل  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$  :  $f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \ln x - 1\right) \ln x$  0.25

(ب) استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  0.5

(ج) بين لكل  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$  :  $\frac{(\ln x)^2}{x} = 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$  ثم استنتج أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$  0.5

(د) بين أن المنحنى  $(C)$  يقبل فرعاً شلجيميا بجوار  $+\infty$  اتجاهه المقارب المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x$  0.75

(3) (أ) بين أن لكل  $x$  من  $]0, 1[$  :  $(x-1) + \ln x \leq 0$  وأن لكل  $x$  من  $]1, +\infty[$  :  $(x-1) + \ln x \geq 0$  0.5

(ب) بين أن لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x}$  1

(ج) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  0.5

(4) (أ) بين أن  $f''(x) = \frac{2-\ln x}{x^2}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  0.5

(ب) استنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف يتم تحديد زوج إحداثياتها 0.5

(5) (أ) بين أن لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  ،  $f(x) - x = \frac{1}{2}(\ln x - 1)^2$  ، واستنتج الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  0.5

(ب) أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C)$  في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  1

(6) (أ) بين أن الدالة  $H : x \mapsto x \ln x - x$  هي دالة أصلية للدالة  $h : x \mapsto \ln x$  على المجال  $]0, +\infty[$  0.5

(ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن  $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$  0.75

(ج) احسب ب  $cm^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين  $(C)$  و  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين معادلتهما  $x = e$  و  $x = 1$  0.5

الجزء الثاني :

لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة كما يلي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(1) (أ) بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $1 \leq u_n \leq e$  0.5

(ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية 0.5

(ج) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة 0.5

(2) احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.75