المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
## الدورة الاستدراكية 2013
## الموضوع

RS22

| | | | |
|---|---|---|---|
| المادة | الرياضيات | مدة الإنجاز | 3 |
| الشعب(ة) أو المسلك | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها | المعامل | 7 |

## معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- في حالة عدم تمكن المترشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

| التمرين | المجال | النقطة الممنوحة |
|---|---|---|
| التمرين الأول | الهندسة الفضائية | 3 نقط |
| التمرين الثاني | الأعداد العقدية | 3 نقط |
| التمرين الثالث | المتتاليات العددية | 3 نقط |
| التمرين الرابع | حساب الاحتمالات | 3 نقط |
| التمرين الخامس | دراسة دالة وحساب التكامل | 8 نقط |

- بالنسبة للتمرين الخامس ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

# الموضوع

## التمرين الأول ( 3 ن )

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(0,0,1)$ و $B(1,1,1)$ و $C(2,1,2)$

و الفلكة $(S)$ التي مركزها $\Omega(1,-1,0)$ و شعاعها هو $\sqrt{3}$

0.75 **1)** بين أن $x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة $(S)$ وتحقق من أن $A$ تنتمي إلى $(S)$

0.75 **2)** أ- بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}$ و استنتج أن $x-y-z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى $(ABC)$

0.75 ب- احسب المسافة $d(\Omega,(ABC))$ ثم استنتج أن المستوى $(ABC)$ مماس للفلكة $(S)$ في $A$

**3)** ليكن $(\Delta)$ المستقيم المار من $\Omega$ والعمودي على $(ABC)$

0.25 أ- بين أن $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=-t \end{cases} \quad (t\in I\!R)$ تمثيل بارامتري للمستقيم $(\Delta)$

0.5 ب- استنتج مثلوثي إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم $(\Delta)$ و الفلكة $(S)$

## التمرين الثاني ( 3 ن )

0.75 **1)** حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+25=0$

**2)** نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط $A$ و $B$ و $C$ التي ألحاقها على التوالي هي : $a=4+3i$ و $b=4-3i$ و $c=10+3i$ والإزاحة $T$ التي متجهتها $\overrightarrow{BC}$

0.75 أ- بين أن لحق النقطة $D$ صورة النقطة $A$ بالإزاحة $T$ هو $d=10+9i$

1 ب- تحقق من أن $\dfrac{b-a}{d-a}=-\dfrac{1}{2}(1+i)$ ثم اكتب العدد العقدي $-\dfrac{1}{2}(1+i)$ على الشكل المثلثي.

0.5 ج- بين أن $\left(\overline{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}}\right)\equiv\dfrac{5\pi}{4}[2\pi]$

## التمرين الثالث ( 3 ن )

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\dfrac{1}{5}u_n+\dfrac{4}{5}$ لكل $n$ من $I\!N$

0.5 **1)** تحقق من أن $u_{n+1}-1=\dfrac{1}{5}(u_n-1)$ لكل $n$ من $I\!N$

0.5 **2)** أ- بين بالترجع أن $u_n>1$ لكل $n$ من $I\!N$

0.5 ب- بين أن المتتالية $(u_n)$ تناقصية .

0.25 ج- استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة .

**3)** لتكن $(v_n)$ المتتالية العددية بحيث $v_n=u_n-1$ لكل $n$ من $I\!N$

0.5 أ- بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{5}$ ثم اكتب $v_n$ بدلالة $n$

ب- بين أن $u_n=\left(\dfrac{1}{5}\right)^n+1$ لكل $n$ من $I\!N$ ثم احسب نهاية المتتالية $(u_n)$

0.75

## التمرين الرابع ( 3 ن )

يحتوي كيس على 9 بيدقات : أربع بيدقات بيضاء و ثلاث بيدقات سوداء و بيدقتان خضراوان .
( لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس )

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

1) نعتبر الحدثين $A$ : " الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون" | 1
و $B$ : " الحصول على ثلاث بيدقات مختلفة اللون مثنى مثنى ".

بين أن $P(A)=\dfrac{5}{84}$ و $P(B)=\dfrac{2}{7}$

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات السوداء المسحوبة .

أ – تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي $X$ هي 0 و 1 و 2 و 3 | 0.25

ب- بين أن $P(X=2)=\dfrac{3}{14}$ و $P(X=1)=\dfrac{15}{28}$ | 1

ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ | 0.75

## التمرين الخامس ( 8 ن )

I- نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^2-x-\ln x$

1) أ- تحقق من أن $2x^2-x-1=(2x+1)(x-1)$ لكل $x$ من $IR$ . | 0.25

ب- بين أن $g'(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x}$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$ واستنتج أن الدالة $g$ تناقصية على $]0,1]$ وتزايدية على $[1,+\infty[$ | 1

2) بين أن $g(x)\geq 0$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$ ( لاحظ أن $g(1)=0$ ) . | 0.5

II- نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x^2-1-(\ln x)^2$

و ليكن $(C)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( الوحدة : $1\,cm$ ) .

1) أ- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ و أول هندسيا هذه النتيجة . | 0.5

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ ( لاحظ أن $f(x)=x^2\left(1-\dfrac{1}{x^2}-\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)^2\right)$ ) | 0.5

ج- استنتج أن المنحنى $(C)$ يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه . | 0.25

2) أ- بين أن $f'(x)=2\left(\dfrac{x^2-\ln x}{x}\right)$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$ . | 1

ب- تحقق من أن $\dfrac{g(x)}{x}+1=\dfrac{x^2-\ln x}{x}$ لكل $x$ من $]0,+\infty[$ و استنتج أن الدالة $f$ تزايدية على $]0,+\infty[$ | 0.75

3) أ- بين أن $y=2x-2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم $(T)$ المماس للمنحنى $(C)$ في النقطة $A(1,0)$ | 0.5

ب- أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم $(T)$ والمنحنى $(C)$ (نقبل أن للمنحنى $(C)$ نقطة انعطاف وحيدة هي $A$ ) | 1

4) أ- تحقق من أن $H:x\mapsto x(\ln x-1)$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto \ln x$ على $]0,+\infty[$ ثم بين أن $\int_1^e \ln x\,dx=1$ | 0.75

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2\,dx=e-2$ | 0.5

ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين $(C)$ ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي $\dfrac{1}{3}\left(e^3-6e+8\right)\,cm^2$ | 0.5