

النهايات و الإتصال

التمرين الأول :

أحسب النهايات التالية :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{\sqrt{4-x} - 1}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{x^2 + 4}{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - x - 12}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - x$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x+5} - 2}{\sqrt{x+1} - 2}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin 5x}{x^2}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x-1}}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + \sqrt{2-x} - 6}{x^2 - x - 6}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin 3x}{x + \sin 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{3}{x}\right)$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 3\sqrt{x}}}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x}}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ x > \frac{\pi}{2}}} \frac{\cos x - 2}{1 - \sin x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x}}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$

التمرين الثاني :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & ; x > 0 \\ f(0) = \frac{1}{4} \\ f(x) = \frac{2}{x^2} \left(1 - \cos\left(\frac{x}{2}\right)\right) & ; x < 0 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

- (1) يبيه أه f متصلة على يسار النقطة 0
- (2) هل الدالة f متصلة في النقطة 0 ؟

manti.1s.fr

التمرين الثالث :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + x - m}{x^2 - 1} & ; x > 1 \\ f(1) = \frac{3}{2} \\ f(x) = \frac{1 - \sqrt{2-x}}{\sqrt[3]{x} - 1} & ; 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

ليكن m عددا حقيقيا و نعتبر الدالة f المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي :

- (1) أدرسه اتصال الدالة f على يسار 1

$$(2) \text{ أ- حدد تبعا لقيم } m \text{ النهاية } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$$

ب- استنتج m كي تكون f متصلة في النقطة 1

التمرين الرابع :

$$\begin{cases} f(x) = x & ; x > a \\ f(x) = \frac{-1}{\sqrt{3-2x}} & ; x \leq a \end{cases}$$

ليكن a عددا من $]-\infty, 0[$ و نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$(1) \text{ أنشر } (x-1)^2(2x+1)$$

- (2) حدد العدد a كي تكون الدالة f متصلة في النقطة a

التمرين الخامس :

بيّه أنه المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل حلا في المجال I في الحالات التالية

$$I = [-1, 0] \quad \text{و} \quad f(x) = 3x^3 - x + 1 \quad (1)$$

$$I = [1, 2] \quad \text{و} \quad f(x) = x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3 \quad (2)$$

$$I = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right] \quad \text{و} \quad f(x) = x - 2 \cos x \quad (3)$$

التمرين السادس :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x^3 + x - 3$

(1) أدرسه منحي تغيرات الدالة f و بيّه أنه المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α و أنه $\alpha \in [1, 2]$

(2) حدد إشارة $f\left(\frac{3}{2}\right)$ و استنتج تأطيرا آخر للعدد α

(3) حدد تأطيرا للعدد α سعته $0,25$

manti.1s.fr

التمرين السابع :

حدد صورة المجال I بالدالة f في كل من الحالات التالية :

$$I = [2, 3] \quad \text{و} \quad f(x) = x^2 - 2x \quad (1)$$

$$I =]-\infty, 1] \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{x}{x-2} \quad (2)$$

$$I = [0, +\infty[\quad \text{و} \quad f(x) = \frac{2}{\sqrt{x} + 1} \quad (3)$$

$$I = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \quad \text{و} \quad f(x) = x - \sin x \quad (4)$$

التمرين الثامن :

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[2, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 2x^2 - 3$

(1) بيّه أنه f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

(2) أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

(3) أرسم في نفس المعلم المنحنيين (C_f) و $(C_{f^{-1}})$

التمرين التاسع :

نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي : $h(x) = x - 2\sqrt{x+1}$

(1) حدد D_h مجموعة تعريف الدالة h

(2) بيّه أنه h تزايدية على D_h (أنشئ $(\sqrt{x+1}-1)^2$)

(3) أ- بيّه أنه h تقبل دالة عكسية h^{-1} محدا مجموعة تعريفها

ب- أحسب $h^{-1}(x)$

التمرين العاشر :

$$(1) \text{ بيّه أنه } \cos \alpha = \alpha \quad \left(\exists! \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2} \right] \right)$$

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0, \pi]$ بما يلي : $f(x) = \cos x$

أ- بيّه أنه f تقبل دالة عكسية محدا مجموعة تعريفها D

ب- حدد $f^{-1}(1)$ ، $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f^{-1}(\alpha)$