النهايات و الاتصال

التمرين الأول

لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(4)=3 \\ f(x)=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x\sqrt{x}-8}{x-4} \qquad x\neq 4 \end{cases}$$

أدرس اتصال f في النقطة $a=4$

التمرين الثاني

$$\begin{cases} f(x)=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2} \qquad x>2 \\ f(2)=\dfrac{1}{3} \\ f(x)=\dfrac{x^2-2x}{x^2+2x-8} \qquad x<2 \end{cases}$$

نعتبر الدالة f بحيث :

أ) بين أن f متصلة على يسار النقطة $a=2$

ب) هل الدالة f متصلة في النقطة $a=2$

التمرين الثالث

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x+2} \qquad x\geq 2 \\ f(x)=\dfrac{ax+3}{x-1} \qquad x<2 \end{cases}$$

نعتبر الدالة f بحيث :

حدد العدد a كي تكون f متصلة في النقطة $\alpha=2$

التمرين الرابع

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x+b}{x^2+1} \qquad x<1 \\ f(1)=a \\ f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-1} \qquad x>1 \end{cases}$$

نعتبر الدالة f بحيث :

1- أحسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ x>1}} f(x)$

2- حدد العددين a , b كي تكون f متصلة في النقطة $\alpha=1$

التمرين الخامس

أدرس اتصال الدالة f على D في كل من الحالات التالية

1) $f(x)=\dfrac{x^2-2\sin x}{x^2+4}$ و $D=\mathbb{R}$

2) $f(x)=\sin\left(2+\sqrt{x}\right)$ و $D=\mathbb{R}^+$

3) $f(x)=\left(x^2-1\right)\sin\left(\dfrac{3}{x}\right)$ و $D=]-\infty,-1[$

التمرين السادس

حدد النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to 0}\tan\left(\dfrac{\sin(\pi x)}{4x}\right)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos\left(\dfrac{\pi x+3}{3x^2+4}\right)$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\sin\left(\sqrt{x^2+\pi x}+x\right)$

التمرين السابع

1) نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب :

$$f(x)=4x^3-3x-\frac{1}{2}$$

أحسب $f(-1)$ و $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ و $f(0)$ و $f(1)$

ثم استنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل ثلاثة حلول

2) بين أن المعادلة $x^3+\sqrt{x}-1=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}^+$ بحيث : $\frac{1}{2}<\alpha<\frac{3}{4}$

التمرين الثامن

لتكن f دالة عددية معرفة ب : $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x+2}$

1- أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة

2- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $[-2,-1]$ بما يلي : $g(x)=f(x)$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال I يتم تحديده

ب- عرف الدالة العكسية g^{-1}

التمرين التاسع

نعتبر الدالة f بحيث : $f(x)=\dfrac{x}{2\sqrt{x}-1}$

1- حدد D_f و أحسب نهايات f عند محدداتها

2- بين أن $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\left(2\sqrt{x}-1\right)^2}$ ثم ضع جدول التغيرات

3- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $I=[1,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\dfrac{x}{2\sqrt{x}-1}$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

ب- عرف الدالة العكسية g^{-1}