

### تمرين رقم 1

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:  $f(x) = \frac{5x+2}{x+3}$

و نضع  $I = [2, 3]$

1- بين أن  $f(I) \subseteq I$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{n+1} = f(U_n) \\ U_0 = \frac{5}{2} \end{array} \right. \quad (U_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ متتالية بحيث بما يلي:}$$

أ- بين أن  $2 \leq U_n \leq 3$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

ب- أدرس رتبة المتتالية  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

ج- استنتج أن  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متقاربة و حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

### تمرين رقم 2

لتكن  $f$  دالة معرفة ب:  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$

1- أدرس رتبة  $f$  على  $I = [0, 1]$  و بين أن  $f(I) \subset I$

2- بين أن المعادلة  $f(x) = x$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في  $I$

2- لتكن  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية بحيث:  $V_0 = \frac{1}{2}$  و  $V_{n+1} = f(V_n)$

أ- أحسب  $V_1$  بين أن  $0 \leq V_n \leq 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

ب- بين أن  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تناقصية

ج- استنتج أن  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متقاربة و حدد نهايتها

### تمرين رقم 3

$f$  دالة معرفة على  $I = [0, \sqrt[3]{3}]$  ب:  $f(x) = \frac{9x}{x^3+6}$

1- أدرس تغيرات الدالة  $f$  و بين أن  $f(I) = I$

2-  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية بحيث:  $U_0 = \frac{1}{2}$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$

أ- بين أن  $0 < U_n < \sqrt[3]{3}$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

ب- بين أن  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تزايدية

ج- استنتج أن  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متقاربة و حدد نهايتها

### تمرين رقم 4

لتكن  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية عددية معرفة بما يلي:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{n+1} = 2 + \frac{1}{U_n} - \frac{2}{U_n^2} \\ U_0 = 3 \end{array} \right.$$

1. بين أن  $U_n \geq 2$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

2. أدرس رتبة  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  و استنتج أن  $2 \leq U_n \leq 3$

3. بين أن  $0 < U_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(U_n - 2)$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

4. بين أن  $0 < U_n - 2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ ) ثم حدد نهاية

المتتالية  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

### تمرين رقم 4

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{n+1} = U_n + \frac{1+U_n}{1+2U_n} \\ U_0 = 1 \end{array} \right. \quad (U_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ متتالية عددية معرفة بما يلي:}$$

1- أ- بين أن  $U_n > 0$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

ب- أدرس رتبة المتتالية  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

2- أ- بين أن  $U_{n+1} \geq U_n + \frac{1}{2}$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

ب- أثبت أن  $U_n \geq 1 + \frac{n}{2}$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ ) ثم حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

### تمرين رقم 5

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 - 2}{u_n + 1} \end{array} \right. \quad \text{لتكن } (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ متتالية معرفة ب:}$$

أ- بين أن  $u_n \leq -2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

أ- بين أن  $u_{n+1} \leq u_n - \frac{1}{2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- استنتج أن  $u_n \leq -\frac{1}{2}n - 3$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- حدد نهاية المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

### تمرين رقم 6

$$\left\{ \begin{array}{l} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{5}(U_n - 4n - 1) \end{array} \right. \quad \text{نعتبر المتتالية } (U_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ بحيث:}$$

و نضع  $V_n = U_n + n - 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(1) أ- بين أن  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{5}$

ب- أحسب  $V_n$  و  $U_n$  بدلالة  $n$

ج- أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(2) نضع  $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

و  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

بين أن  $T_n = \frac{1}{4}\left(5 - \frac{1}{5^n}\right)$  و أن  $S_n = T_n - \frac{(n-2)(n+1)}{2}$