

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\cos x} , \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx , \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin x dx$$

### التمرين الرابع

(1) أ. تحقق أن

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\} \quad \frac{x^2}{4-x^2} = -1 + \frac{1}{2+x} + \frac{1}{2-x}$$

ب. أحسب التكامل  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x^2}{4-x^2} dx$

ج. باستعمال مكاملة بأجزاء احسب  $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \ln(4-x^2) dx$

(2) أ. تحقق أن  $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$

ب. باستعمال مكاملة بأجزاء احسب  $I = \int_0^1 x \ln(x+1) dx$

### التمرين الخامس

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة ب:

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

أ. أحسب الدالة المشتقة  $f'(x)$

ب. استنتج حساب التكامل  $A = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$

2- نعتبر التكاملين :

$$C = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} dx \quad \text{و} \quad B = \int_0^1 \sqrt{x^2 + 1} dx$$

أ. باستعمال مكاملة بأجزاء عبر عن  $B$  بدلالة  $C$

ب. أثبت أن  $A + C = B$

ج. استنتج حساب  $C ; B$

### التمرين السادس

ضع  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + 2 \sin x} dx$  و  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x} dx$

(1) أحسب التكامل  $J$

(2) أحسب الجمع  $I + J$

(3) استنتج حساب التكامل  $I$

### التمرين السابع

ليكن  $n \in \mathbb{N}^*$  ونضع  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$

(1) أحسب  $I_1 , I_2$

(2) بين أن  $(I_n)_n$  متتالية تناقصية

(3) بين أن  $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$  و حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

### التمرين الأول

أحسب التكاملات التالية:

$$\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx , \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}} (3x-1)\sqrt{3x-1} dx$$

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{x^2+1} dx , \int_0^2 (x-2)\sqrt{x^2-4x+5} dx$$

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} - e^x + 3}{2e^x} dx , \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{3+\sin^2 x}} dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx , \int_1^2 \frac{t}{2t+1} dt , \int_{-1}^2 \frac{3t}{1+2t^2} dt$$

$$\int_0^{\ln 3} \frac{1}{1+e^x} dx , \int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln x)} , \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$$

$$\int_1^{e^2} |1 - \ln x| dx , \int_1^{\ln 3} \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx$$

### التمرين الثاني

(1) أ. تحقق أن  $(\forall t \in \mathbb{R}) : \frac{t^3}{t^2+1} = t - \frac{t}{t^2+1}$

ب. أحسب  $\int_{-1}^0 \frac{t^3}{t^2+1} dt$

(2) أ. حدد العددين  $a , b$  بحيث:

$$(\forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}) : \frac{1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

ب. احسب التكامل  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x^2-1} dx$

(3) أ. حدد العددين  $a , b$  بحيث:

$$\frac{x^2+3}{(x-1)(x+1)^2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x+1)^2}$$

ب. احسب التكامل  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+3}{(x-1)(x+1)^2} dx$

### التمرين الثالث

باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب ما يلي:

$$\int_0^{\ln 2} x e^{2x} dx , \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$$

$$\int_1^3 (x^2 - 2x) \ln x dx , \int_{\frac{1}{2}}^1 (2x+1) \ln x dx$$

$$\int_0^3 (x-1)^2 e^{2x} dx , \int_0^{\ln 2} x (e^{2x} + e^{-x}) dx$$