التمرين الأول

أحسب التكاملات التالية :

$$\int_1^4 x\sqrt{x}\,dx \quad ، \quad \int_1^4\left(2x+\frac{1}{x}-3\sqrt{x}\right)dx \quad ، \quad \int_1^e \frac{\ln\sqrt{x}}{x}dx$$

$$\int_1^2 \frac{3t}{1+t^2}\,dt \quad ، \quad \int_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}}(x-1)\sqrt{3x-1}\,dx$$

$$\int_0^{\pi} \sin x\sqrt{3-\cos x}\,dx \quad ، \quad \int_0^1\left(\sqrt{x}+e^{3x}\right)dx$$

$$\int_1^e \frac{\ln y}{y}\,dy \quad ، \quad \int_1^{\ln 3}\frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}}dx \quad ، \quad \int_2^3 \frac{t}{t-1}\,dt$$

$$\int_{-1}^2 \frac{x}{x^2+1}\,dx \quad ، \quad \int_{-2}^0 (x+1)\sqrt{x^2+2x+5}\,dx$$

$$\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+1}dx \quad ، \quad \int_1^3 x|x-2|\,dx \quad ، \quad \int_0^{\ln 2}\frac{dx}{e^x+1}$$

التمرين الثاني

① 1ـ تحقق أن $\frac{t^2}{t+1}=t-1+\frac{1}{t+1}$ $\left(\forall t\in\mathbb{R}^+\right)$

2ـ أحسب التكامل $I=\int_0^1\frac{t^2}{1+t}\,dt$

② 1ـ حدد العددين a ; b بحيث يكون :

$$\frac{1}{x(x+2)}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x+2}$$

2ـ أحسب التكامل $\int_1^2\frac{1}{x(x+2)}\,dx$

التمرين الثالث

باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب ما يلي :

$$\int_1^e \ln x\,dx \qquad \int_1^2 (3-x)\ln x\,dx \qquad \int_1^e (\ln x)^2\,dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx \qquad \int_0^{\ln 2} x e^x\,dx \qquad \int_0^{\ln 3} x\left(e^x+e^{-x}\right)dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2\cos x\,dx \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos 2x+\sin x)\,dx$$

التمرين الرابع

1ـ حدد العددين a ; b بحيث يكون :

$$\frac{x^2-3x}{(x+1)(x-1)^2}=\frac{a}{x+1}-\frac{b}{(x-1)^2}$$

2ـ أستنتج $J=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^2-3x}{(x+1)(x-1)^2}dx$

التمرين الخامس

أحسب التكاملات التالية :

$$I=\int_0^1 2x\sqrt{1+x^2}\,dx \quad ، \quad J=\int_1^e \frac{\ln t}{t^2}dt$$

$$K=\int_e^{e^2}\frac{1+\ln t}{t\ln t}dt \quad ، \quad L=\int_0^{\ln 2}\frac{1}{1+e^{-x}}dx$$

التمرين السادس

❶ نضع : $f(x)=\frac{2x+1}{(2x-1)^3}$

1- حدد العددين الحقيقيين a و b علما أن :

$$f(x)=\frac{a}{(2x-1)^2}+\frac{b}{(2x-1)^3}$$

2- استنتج حساب $\int_1^{\frac{3}{2}} f(x)\,dx$

❷ حدد اخطاطا للدالة $g(x)=\sin^3 x$

و أحسب $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^3 x\,dx$

التمرين السابع

نعتبر التكاملين : $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 x\sin 2x\,dx$

و $J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2 x\sin 2x\,dx$

1) أحسب التكاملين $I+J$ و $I-J$

2) استنتج قيم كل من I و J

التمرين الثامن

ليكن n عدد طبيعي غير منعدم . و نضع $I_0=\int_0^{\frac{\pi}{2}}dx$

و $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n x\,dx$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

1) أحسب I_0 ; I_1

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :

$$I_n=\frac{n-1}{n}I_{n-2}$$

3) استنتج I_5 ; I_6

التمرين التاسع

أحسب ما يلي : $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\,dx \quad ، \quad \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}\,dx \quad ، \quad \int_0^{\sqrt{3}}\sqrt{1+x^2}\,dx$$