| | | |
|---|---|---|
| السنة الدراسية 2014/2015 | الفرض الموحد الثالث<br>الدورة الأولى | المستوى :الثانية علوم تجريبية<br>مدة الإنجاز : ساعتان<br>بتاريخ: 31 /2015/12 |

التنقيط

## التمرين 1

أسئلة مستقلة

$A$. حدد نهاية المتتالية $(u_n)$ في كل حالة من الحالات التالية — 4

$$u_n = \frac{3^n - (-2)^n}{3^n} \quad ; \quad u_n = n - \sqrt{n} + 2^n \; ; \; u_n = -1 + \frac{1}{2^n} \quad ; \quad u_n = 4 + \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$B$ . نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بما يلي

$$u_{n+1} = \frac{5}{6}u_n + \frac{1}{6} : n \in \mathbb{N} \text{ و } u_0 = 2$$

1. بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 < u_n$ . — 1
2. بين أن $(u_n)$ متتالية تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة . — 1.5
3. نضع لكل $n$ من $\mathbb{N}$ $v_n = u_n - 1$

أ. بين أن $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{6}$ محددا حدها الأول . — 1.5

ب. استنتج أن : $u_n = 1 + \left(\frac{5}{6}\right)^n$ لكل $n \in \mathbb{N}$ — 1

ج. حدد نهاية المتتالية $(u_n)$ — 1

$C$. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{3u_n}{18 + u_n}$

1. بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 < u_n$ . — 0.5
2. بين أن $u_{n+1} \le \frac{1}{6}u_n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ . — 0.5
3. استنتج أن $u_n \le \left(\frac{1}{6}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ — 0.5
4. حدد نهاية المتتالية $(u_n)$ — 0.5

## التمرين 2

### الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية $h$ المعرفة على المجال $I = ]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x) = x^2 - 1 + 2\ln x$

1. بين أن الدالة $h$ تزايدية قطعا على المجال $]0;+\infty[$ — 1.5
2. أحسب $h(1)$ ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ عندما تتغير $x$ على المجال $]0;+\infty[$ — 0.75

### الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $I = ]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x^2}$

ليكن $(C)$ تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ . بين أن $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها . — 1
2. أ. بين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$ لكل $x$ من $]0;+\infty[$ . — 1.25

ب. استنتج أن الدالة $f$ تزايدية قطعا على المجال $[1;+\infty[$ و تناقصية قطعا على المجال $]0;1]$ . — 0.5

ج. بين أن $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ، ثم اعط جدول تغيرات الدالة $f$ . — 1

3. بين أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ثم استنتج طبيعة الفرع اللانهائي ل $(C)$ بجوار $+\infty$. — 1
4. أنشئ المنحنى $(C)$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ — 1