مُدمج الدوال اللوغاريتمية والأسية

السلسلة 1 (تمرينان)

التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$

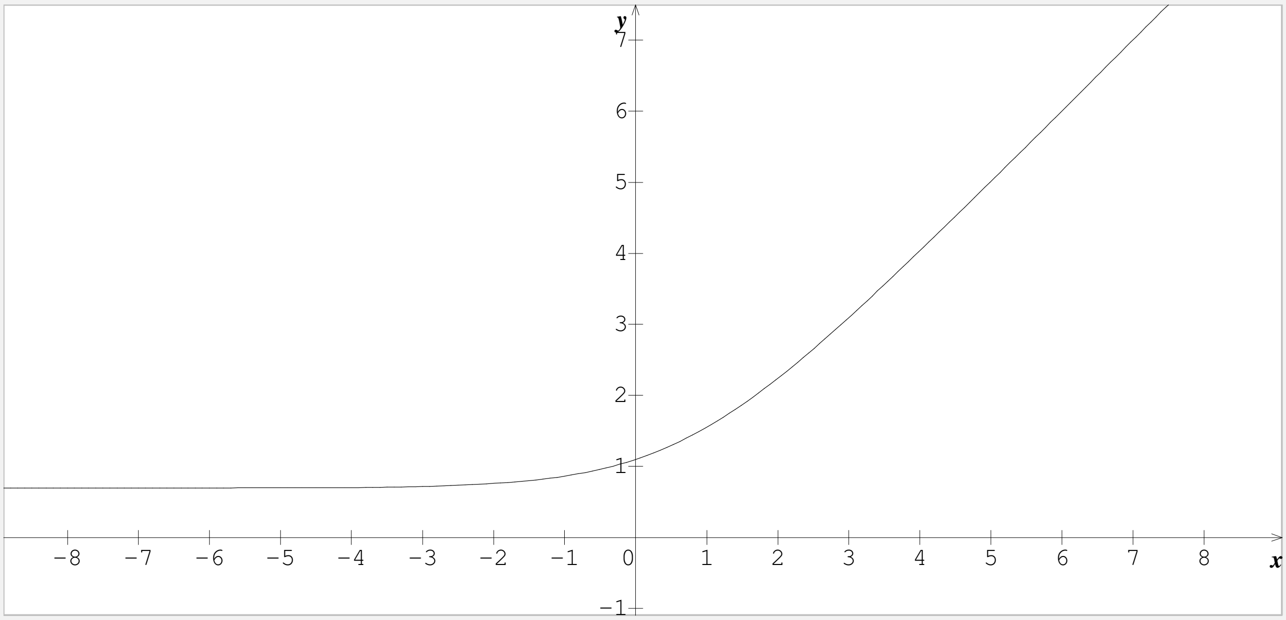
و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}$: $e^x-2\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$ ، ثم حدد D_f.
2) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي بجوار $-\infty$
3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$
4) تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=x+\ln\left(1-\dfrac{2}{\sqrt{e^x}}+\dfrac{2}{e^x}\right)$ ثم بين أن (C_f) يقبل مقارب بجوار $+\infty$ يتم تحديده .
5) بين أن : $f'(x)=\dfrac{\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{e^x-2\sqrt{e^x}+2}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس تغيرات f وضع جدول تغيراتها .
6) بين أن : $f''(x)=\dfrac{-\sqrt{e^x}\left(\left(\sqrt{e^x}-2\right)^2-2\right)}{2\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس تقعر (C_f) و حدد نقط الإنعطاف إن وجدت.
7) مثل مبيانيا (C_f).
8) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $e^x-e^m=2\left(-1+\sqrt{e^x}\right)\quad (x\in\mathbb{R})$
9) ليكن g قصور f على $[0,+\infty[$
   أ. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة من مجال J يتم تحديده
   ب. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J
   ج . مثل في نفس المعلم السابق وبلون مغاير $\left(C_{g^{-1}}\right)$

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln(e^{x}+2)$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (أنظر الشكل)



الجزء الأول

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و أول النتيجة هندسيا

2) أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- تحقق أن $f(x)=x+\ln(1+2e^{-x})$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) معادلته $y=x$ بجوار $+\infty$

3) أدرس تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

الجزء الثاني

نضع $I=\int_2^3 |f(x)-x|\,dx$

1) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) و مثل (Δ) في الشكل أعلاه

2) اعط تأويلا هندسيا ل I

3) أ- بين أن لكل t من $[0,+\infty[$: $\ln(1+t)\leq t$

ب- استنتج أن لكل x من $\mathbb{R}$: $\ln(1+2e^{-x})\leq 2e^{-x}$

ج- بين أن : $0\leq I\leq \int_2^3 2e^{-x}dx$

د- أحسب $\int_2^3 2e^{-x}dx$ و استنتج تأطيرا ل I سعته $0,2$