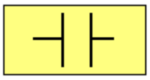
ثنائي القطب RC

I ـ المكثف Condensateur

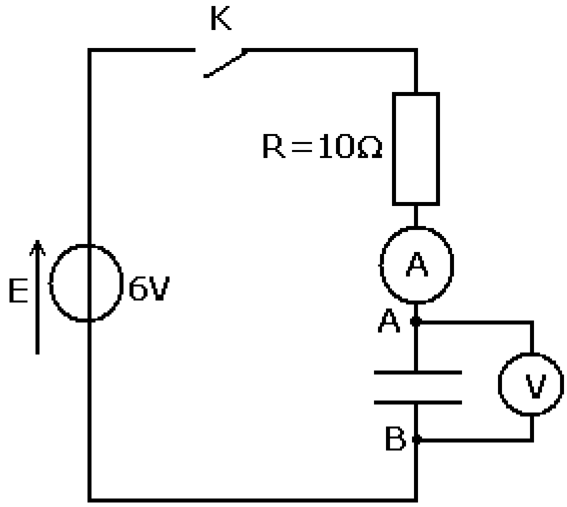
تعريف ورمز المكثف .

المكثف ثنائي قطب ، يتكون من موصلين متقابلين ، نسميهما لبوسين ، يفصل بينهما عازل استقطابي

نرمز للمكثف ب 

1 ـ شحنتا اللبوسين ـ شحنة المكثف

<u>دراسة تجريبية</u>



النشاط التجريبي 1 : العلاقة بين شحنتي لبوسي المكثف .

ننجز التركيب الممثل في الشكل جانبه .

نغلق قاطع التيار بعد أن تم إفراغ المكثف بوصل مربطيه بمربطي موصل أومي مناسب لمدة ثانية واحدة على الأقل .

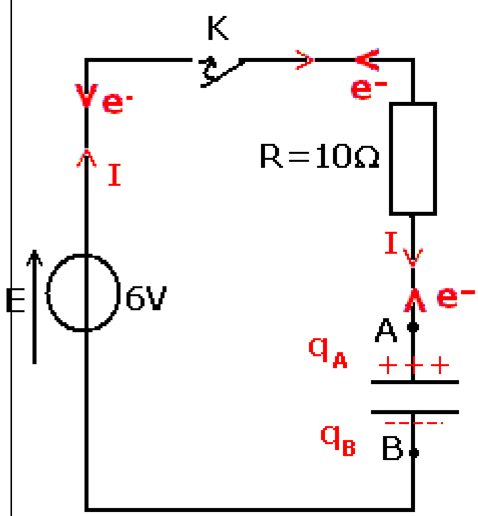
<u>استثمار :</u>

1 ـ كيف يتغير التوتر بين مربطي المكثف وشدة التيار المار في الدارة ؟

عند غلق قاطع التيار نلاحظ ظهور تيار كهربائي في الدارة وأن التوتر U_{AB} يزداد إلى أن تصبح $U_{AB}=E$.

2 ـ أ ـ مثل على تركيب الشكل 2 منحى التيار الكهربائي ومنحى انتقال الإلكترونات .

ب ـ استنتج إشارتي q_A و q_B شحنتي اللبوسين A و B للمكثف .



عند غلق قاطع التيار تتحرك الإلكترونات من اللبوس A نحو اللبوس B وبوجود عازل استقطابي تتراكم على اللبوسين حيث يشحن اللبوس A بشحنة موجبة q_A واللبوس B بشحنة سالبة q_B

3 ـ علما أن الشحنة الكهربائية تنحفظ ، ما العلاقة التي تربط بين الشحنتين q_A و q_B عند كل لحظة ؟

بما أن الشحنة تنحفظ فإن $q_A+q_B=0$ أي أن $q_A=-q_B$

<u>خلاصة</u> : تحقق q_A و q_B شحنتا لبوسي المكثف ، في كل لحظة العلاقة : $q_A=-q_B$.

تعريف :

شحنة المكثف أو كمية الكهرباء المخزونة في مكثف هي شحنة اللبوس الموجب للمكثف . ونرمز لها ب Q ووحدتها الكولوم (C)

$$Q=+q_A=-q_B$$

2 ـ العلاقة بين الشحنة وشدة التيار .

نختار منحى موجبا لشدة التيار حيث يدخل من اللبوس A :

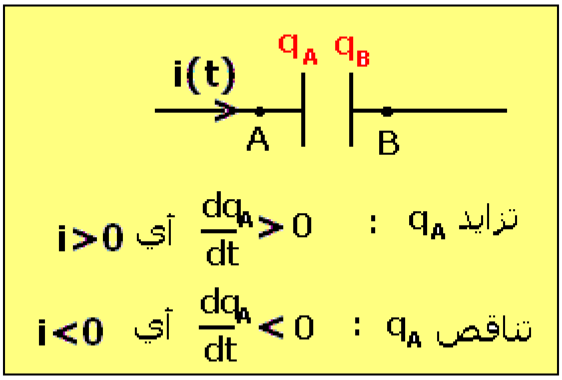
ـ عندما يمر التيار في المنحى المختار فإن $i>0$

ـ عندما يمر التيار في المنحى المعاكس فإن $i<0$

إن كمية الكهرباء تتغير في اللبوسين بنفس المقدار وبإشارتين مختلفتين . إذن خلال مدة زمنية جزئية أي متناهية في الصغر dt تتغير شحنة اللبوس A ب dq_A وشحنة اللبوس B ب dq_B بحيث أن $dq_A=-dq_B$.

نعرف شدة التيار $i(t)$ هي كمية الكهرباء dq_A التي ازدادت في اللبوس A على المدة الزمنية dt :

$$i(t)=\frac{dq_A}{dt}$$

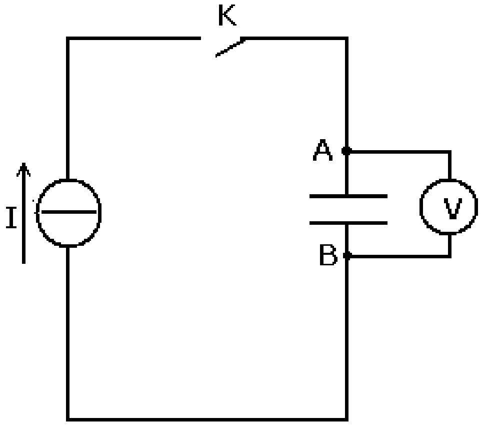


i(t) موجهة نحو اللبوس A
الوحدات :
q_A بالكولوم (C) ، t بالثانية (s) و i(t) بالأمبير (A) .
ملحوظة : حالة التيار المستمر : في حالة شحن المكثف بواسطة مولدمؤمثل للتيار (I=Cte) تصبح العلاقة بين شدة التيار وشحنة المكثف هي : $q_A = I.\Delta t$

3 ـ العلاقة بين الشحنة والتوتر : السعة .

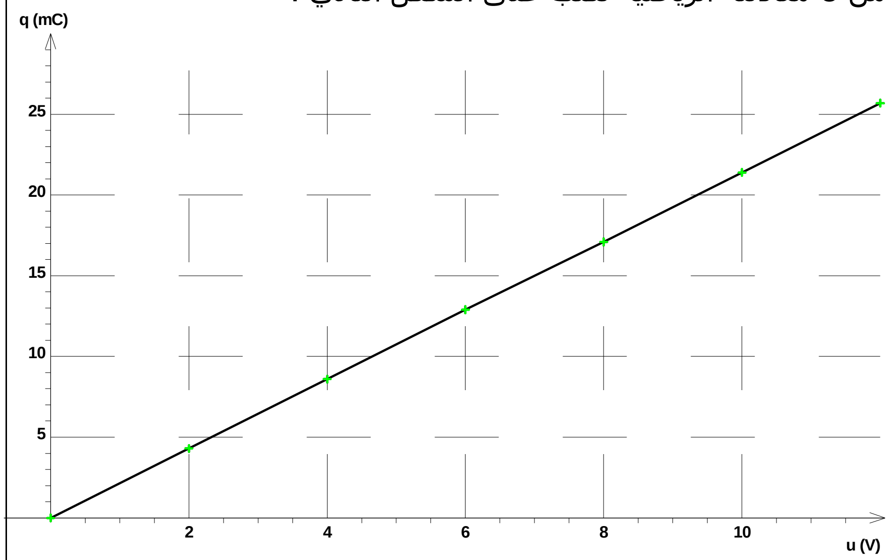
النشاط التجريبي 2

نستعمل في هذه التجربة مولد مؤمثل للتيار يمكنه أن يمنح للدارة تيار ثابت .
نضبط شدة التيار التي يمنحها المولد على القيمة I=100μA
نفرغ المكثف بوصل مربطيه بمربطي موصل أومي مناسب لمدة ثانية واحدة على الأقل .
ننجز التركيب الممثل في الشكل جانبه .
نغلق قاطع التيار ونشغل الميقت .
نقيس التوتر بين مربطي المكثف بعد كل 10ثوان ، وندون النتائج في الجدول التالي :



$u_{AB}(V)$	0	2	4	6	8	10
t(s)	0	4,3	8,6	12,9	17,1	21,4
$q_A(C)$	0	0,0043	0,0086	0,0129	0,0171	0,0214

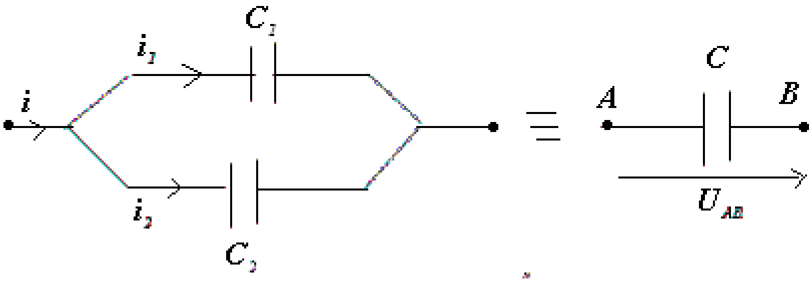
استثمار :
1 ـ ما العلاقة بين q_A شحنة المكثف والزمن t ؟ أتمم ملأ الجدول اعلاه .
$q_A=I.t$ من خلال القيم المتوفرة بالجدول يمكن حساب q_A .
2 ـ مثل المنحنى $q_A=f(u_{AB})$ باختيار سلم ملائم .
3 ـ ما هو شكل المنحنى المحصل عليه ؟ أكتب معادلته الرياضية .
ما هو المدلول الفيزيائي للمعامل الموجه لهذا المنحنى ؟ ما هي وحدته في النظام العالمي للوحدات ؟
شكل النحنى عبارة عن مستقيم يمر من O معادلته الرياضية تكتب على الشكل التالي :



$q_A=K.u_{AB}$ ، K المعامل الموجه للمستقيم قيمته هي : K=2,14mF
المدلول الفيزيائي للمعامل الموجه يمثل سعة المكثف ونرمز لها ب C
أي أن العلاقة الرياضية تصبح :
$q_A=C.u_{AB}$
وحدة C في النظام العالمي للوحدات هي : الفاراد F
أجزاء الفاراد :
$mF=10^{-3}F$
$\mu F=10^{-6}F$
$nF=10^{-9}F$

II ـ تجميع المكثفات .

1 ـ التركيب على التوازي



$$q = q_A + q_B \Leftrightarrow i = i_1 + i_2$$

$$q = C_1U_{AB} + C_2U_{AB}$$

$$q = C.U_{AB}$$

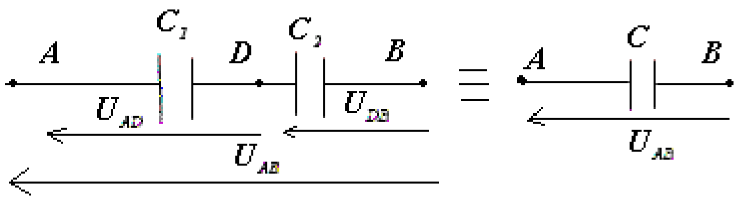
$$C = C_1 + C_2$$

وتعمم هذه النتيجة بالنسبة لمكثفات مركبة على التوازي مهما كان عددها : $C = \sum_{i=1}^{n} C_i$

فائدة التركيب على التوازي : تضخيم السعة عند تطبيق توتر ضعيف . وكذلك يمكن ، بتطبيق توتر ضعيف ، من الحصول على شحنة كهربائية كبيرة قد لا يوفرها كل مكثف على حدة .

2 ـ التركيب على التوالي

نطبق قانون إضافية التوترات بين A و B



$$U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$$

$$U_{AB} = \frac{Q}{C} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

تعمم هذه النتيجة بالنسبة لمكثفات مركبة على التوالي مهما كان عددها : $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$

فائدة التركيب على التوالي : يمكن من الحصول على سعة قيمتها صغيرة جدا ، مع تطبيق توترا جد عالي قد لا يتحمله كل مكثف على حدة ، بينما يبقى التوتر المطبق بين كل مكثف معتدلا.

III ـ استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر .

1 ـ تعاريف

ثنائي قطب RC هو تجميع على التوالي لموصل أومي مقاومته R ومكثف سعته C .

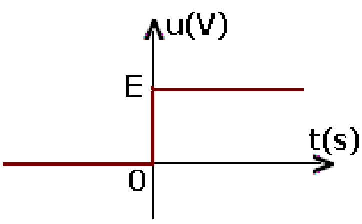
رتبة توتر هي إشارة كهربائية u(t) ونميز بين :

ـ رتبة صاعدة للتوتر ومعادلتها هي :

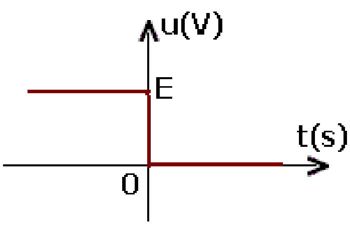
بالنسبة ل t≤0 : u(t)=0 وبالنسبة ل t>0 : u(t)=E الشكل 1

ـ رتبة نازلة للتوتر ومعادلتها هي :

بالنسبة ل t≤0 : u(t)=0 وبالنسبة ل t>0 : u(t)=-E الشكل 2



الشكل 1



الشكل 2

2 ـ الدراسة التجريبية :

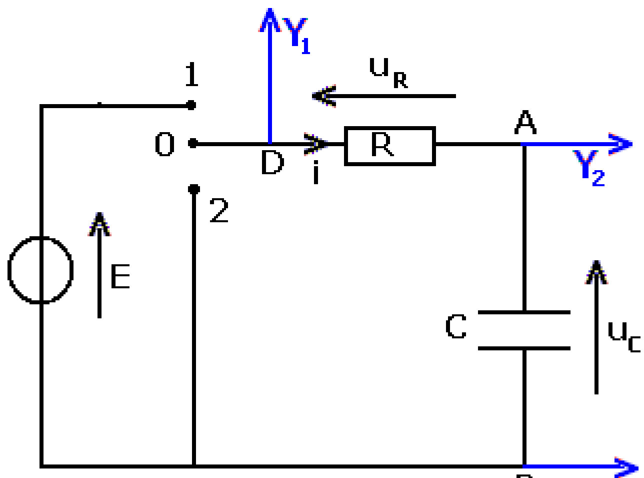
نستعمل التركيب الممثل في الشكل 3 . المدخلين Y_1 و Y_2 مرتبطين بمدخلي راسم التذبذب . نضع قاطع التيار في الموضع 1 . ثم نضع مرة أخرى في الموضع 2 . ونلاحظ في كل حالة شكل المنحنى المحصل عليه .

استثمار :

I ــ نضع قاطع التيار في الموضع 1

1 ــ ما هو التوتر المعاين في المدخل Y_1 لراسم التذبذب ؟ أكتب معادلته .

في المدخل Y_1 نعاين التوتر بين مربطي المولد المؤمثل للتوتر $u_{DB}=E$



الشكل 3

2 ــ المعادلة التفاضلية :

ما هو التوتر المعاين في المدخل Y_2 لراسم التذبذب ؟

في المدخل Y_2 نعاين u_C ، التوتر بين مربطي المكثف

عند غلق الدارة ، يكون المكثف غير مشحون ، أي أن التوتر بين مربطيه منعدما .

نغلق الدارة في اللحظة $t=0$ تعتبر كأصلا للتواريخ فنحصل على الدارة الممثلة في الشكل 4

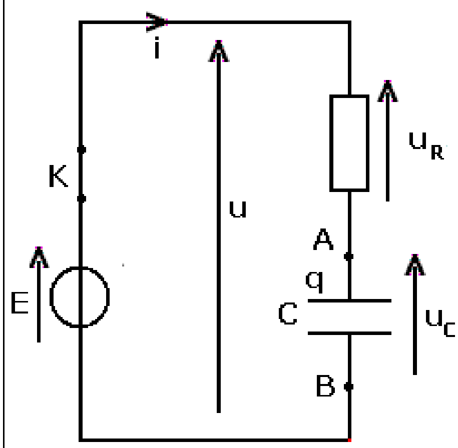
2 ــ 1 بتطبيق قانون إضافية التوترات بين أن :

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=E$$

والتي تمثل المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف في كل لحظة t في الدارة RC خاضعة لرتبة توتر صاعدة .

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$u_R+u_C=u$ بحيث أن $u=E$.



الشكل 4

لدينا $u_R(t)=Ri(t)$ حسب قانون أوم ، ولدينا كذلك : $i(t)=\dfrac{dq}{dt}$

و $q(t)=C.u_C(t)$ أي أن $i(t)=C\dfrac{du_C(t)}{dt}$

وبالتالي تصبح المعادلة السابقة :

$$Ri(t)+u_C(t)=E\Rightarrow RC\frac{du_C}{dt}+u_C=E$$

2 ــ 2 حل المعادلة التفاضلية

حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :

$u_C(t)=Ae^{-xt}+B$ بحيث أن A و B و x ثوابت يمكن تحديدها .

بتعويض هذا الحل في المعادلة التفاضلية ، حدد الثابتة x والثابتة B .

نعوض هذا الحل في المعادلة التفاضلية :

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=E\Rightarrow RC.(-Axe^{-xt})+Ae^{-xt}+B=E$$

$$RC.x=1\Rightarrow x=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$$

$$E-B=0\Rightarrow B=E$$

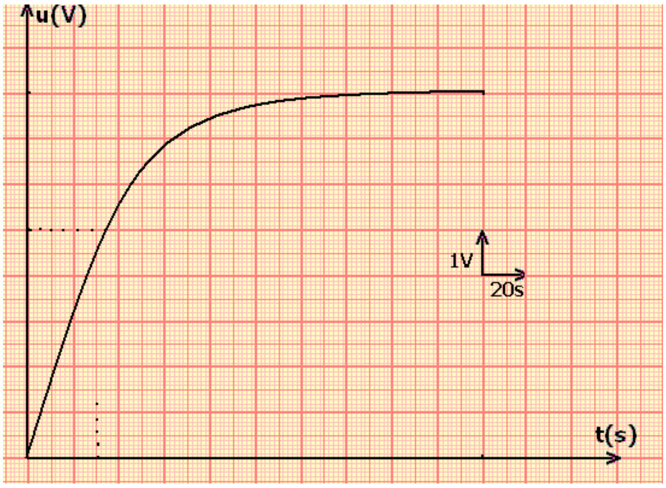
وبالتالي يكون حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_C(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}+E$

وباعتبار الشروط البدئية $u_C(0)=0$ حدد الثابتة A . واستنتج المعادلة $u_C(t)$ بدلالة الزمن t .

باعتبار الشروط البدئية أعلاه لدينا$u_C(0)=0$ ، وهذا لكون الدالة متصلة في أي لحظة t من لحظات تشغيل المكثف بما فيها اللحظة t=0 . $u_C(t=0^+)=u_C(t=0^-)=0$

$$u_C(0) = A + E = 0 \Rightarrow A = -E$$

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$



3 ـ المنحنى المحصل عليه خلال التجربة (أنظر الشكل 4 ب) يمثل المعادلة الرياضية التي تم التوصل إليها ، حل المعادلة التفاضلية السابقة

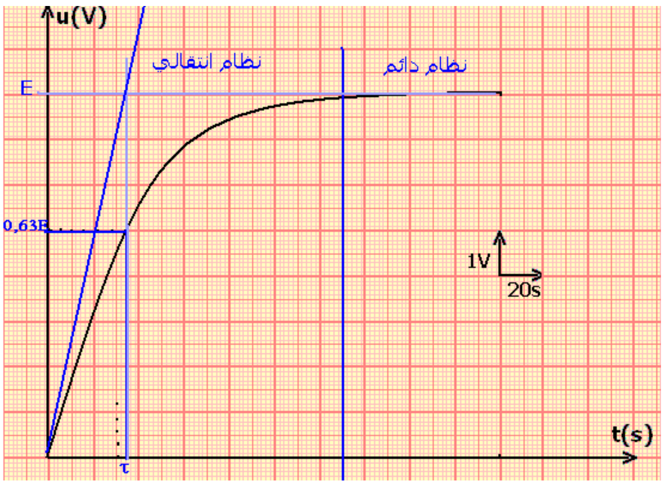
وهي على الشكل التالي : $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.

3 ـ 1 يبرز المنحنى وجود نظامين :

نظام انتقالي : يتغير خلاله التوتر $u_C(t)$

نظام دائم : يصل خلاله التوتر إلى قيمة حدية ثابتة .

حدد على المبيان هذين النظامين .



3 ـ 2 عين $u_C(0)$ و $u_C(\infty)$ قيمة $u_C(t)$ عندما تؤول t

4 ـ تسمى τ ثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، وبينت الدراسة النظرية أن $\tau = R.C$.

4 ـ 1 باستعمال معادلة الأبعاد بين أن τ عبارة عن زمن .

ثابتة الزمن τ=RC

حسب معادلة الأبعاد بالنسبة للمكثف :

$$i = C\frac{du}{dt} \Leftrightarrow C = \frac{[I][t]}{[V]}$$

بالنسبة للموصل الأومي :

$$u = Ri \Leftrightarrow R = \frac{[U]}{[i]}$$

وبالتالي لدينا $R.C = \frac{[I][t]}{[U]}.\frac{[U]}{[i]} = [t]$

المقدار τ له بعد زمني . يسميه بالثابتة الزمن لثنائي القطب RC ، وحدته هي : الثانية s .

4 ـ 2 تحقق من أن قيمة الجداء R.C تساوي τ .

عند حساب RC=33s وحسب المبيان فإن τ=33s .

5 ـ نعتبر الدالة التي تمثل المنحنى $u_C(t)$.

5 ـ 1 عبر عن $u_C(t=\tau)$ بدلالة E.

$$u_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$$

5 ـ 2 استنتج طريقة مبيانية تمكن من تحديد τ .

أن τ هو الأفصول الذي يوافق الأرثوب 0,63E .

5 ـ 3 عبر عن الاشتقاق $\left(\frac{du_C}{dt}\right)$ عند t=0 بدلالة τ و E ، ثم استنتج طريقة مبيانية ثانية تمكن من تحديد τ .

$\left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0}$ تمثل المعامل الموجه للمماس للمنحنى $u_C(t)$ في الأفصول $t=0$ $\left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{\tau}t$

يقطع مماس المنحنى $u_C(t)$ عند اللحظة $t=0$ المقارب $u_C=E$ ، في اللحظة $t=\tau$.

6 ـ تعبير شدة تيار الشحن .

بين أن شدة التيار الكهربائي المار في دارة RC خاضعة لرتبة صاعدة للتوتر هي :

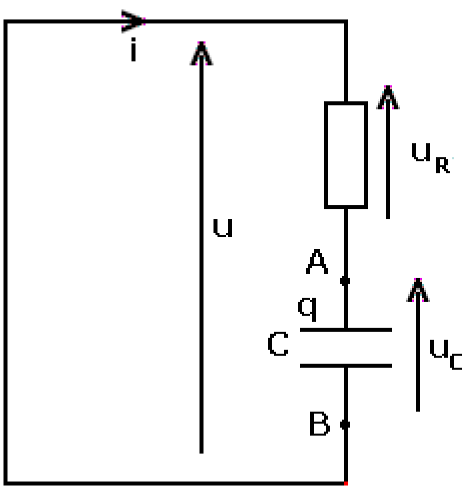
$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

تعبير شدة التيار الكهربائي المار في ثنائي القطب RC

نعلم أن

$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$ وبما أن : $u_C(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ مع $\tau = RC$ فإن :

$$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = CE\left(0-\left(-\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



الشكل 5

II ـ نضع قاطع التيار في الموضع 2

1 ـ ما هو التوتر المعاين في المدخل Y_1 لراسم التذبذب ؟ أكتب معادلته .

حسب قانون أوم : $u_R = Ri$

2 ـ ما هو التوتر المعاين في المدخل Y_2 لراسم التذبذب ؟

في المدخل Y_2 نعاين التوتر u_C ، التوتر بين مربطي المكثف

نعتبر اللحظة التي تم فيها وضع قاطع التيار في الموضع 2 كأصل للتواريخ $(t=0)$ فنحصل على دارة الشكل 5 حيث يكون المكثف في هذه الحالة مشحونا $(u_C(0)=E)$.

2 ـ 1 بتطبيق قانون إضافية التوترات بين أن :

$$\tau\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

والتي تمثل المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف في كل لحظة t في الدارة RC خلال تفريغه في RC .

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u_R + u_C = 0 \Rightarrow Ri + u_C = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i = C\frac{du_C}{dt}$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

2 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية

حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u_C(t) = Ae^{-xt} + B$ بحيث أن A و B و x ثوابت يمكن تحديدها .

بتعويض هذا الحل في المعادلة التفاضلية ، حدد الثابتة x والثابتة B .

نعوض هذا الحل في المعادلة التفاضلية :

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=0 \Rightarrow RC.(-Axe^{-xt})+Ae^{-xt}+B=0$$

$$RC.x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{RC}=\frac{1}{\tau}$$

$$B=0$$

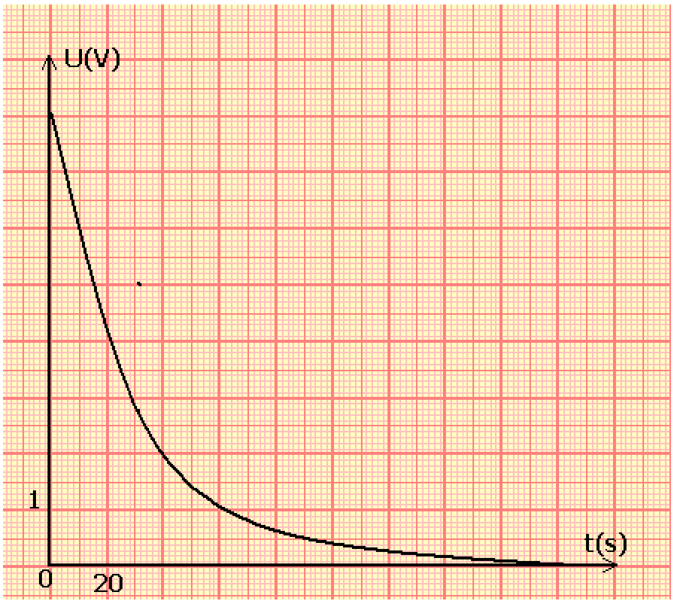
وبالتالي يكون حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_C(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

وباعتبار الشروط البدئية $u_C(0)=E$ حدد الثابتة A . واستنتج المعادلة $u_C(t)$ بدلالة الزمن t .

باعتبار الشروط البدئية أعلاه لدينا$u_C(0)=0$ ، وهذا لكون الدالة متصلة في أي لحظة t من لحظات تشغيل المكثف بما فيها اللحظة t=0 . $u_C(t=0^+)=u_C(t=0^-)=E$

$$u_C(0)=A=E \Rightarrow A=E$$

$$u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$



ـ المنحنى المحصل عليه خلال التجربة معادلته الرياضية هي على الشكل التالي : $u_C(t)=k'e^{-\frac{t}{\tau'}}$

حدد قيمتي الثابتتين k' و τ' .

3 ـ تعرف النظام الانتقالي والنظام الدائم ، من خلال المنحنى المحصل عليه على شاشة راسم التذبذب .

ثم عين :

-$u_C(0)$ و $u_C(\infty)$ قيمة $u_C(t)$ عندما تؤول t إلى ما لا نهاية .

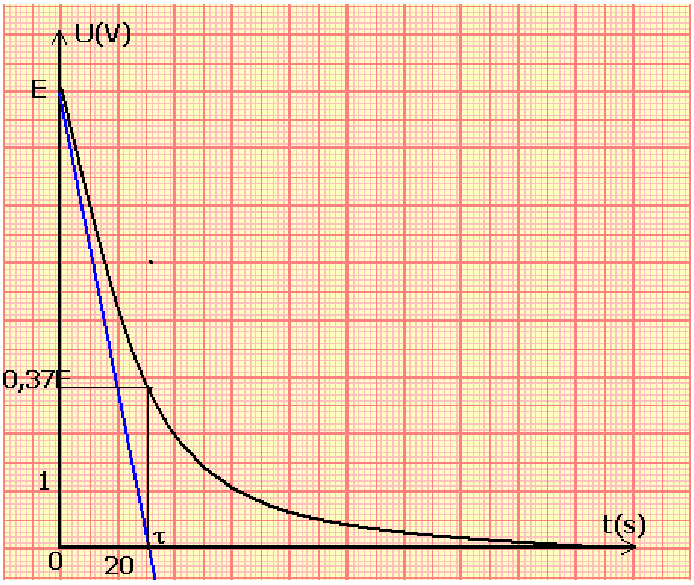
$u_C(0)=E$ ، عندما تؤول t إلى ما لا نهاية تؤول u_C إلى الصفر

ـ تعرف على الثابتة k' .

الثابتة $k'=E$

4 ـ ماذا تمثل الثابتة τ' ؟

τ تمثل ثابتة الزمن



5 ـ عين مبيانيا الثابتة τ' بطريقتين مختلفتين .

بواسطة المماس عند اللحظة t=0 أو بالأفصول الذي يوافق الأرثوب 0,37E .

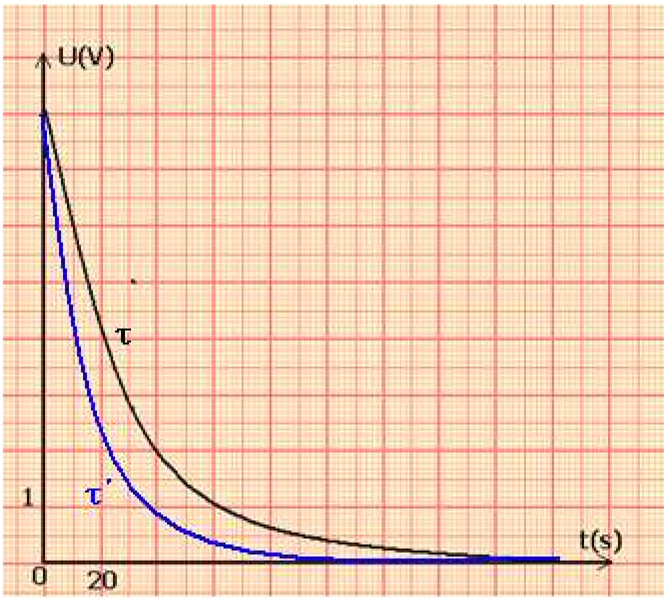
6 ـ أحسب $u_C(t)$ في اللحظة $t=5\tau'$ ، ثم عبر عن القسمة $\frac{u_C(5\tau')}{u_C(0)}$ بالنسبة المائوية . ماذا تستنتج ؟

$$\frac{u_C(5\tau')}{u_C(0)}=6,73.10^{-3}=0,67\%$$

أي أنه عند $t=5\tau$ ينعدم التوتر .

7 ـ نغير τ' $\tau'_1<\tau'$ فنحصل على التمثيل الشكل 3 . ما تأثير τ' على تفريغ المكثف في الدارة RC ؟

كلما كانت τ أصغر كلما كان تفريغ المكثف أسرع .



8 ـ بين أن شدة التيار الكهربائي خلال تفريغ مكثف

في موصل أومي هي : $i(t)=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

نعلم أن

$i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du_C}{dt}$ وبما أن : $u_C(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ مع

$\tau=RC$ فإن :

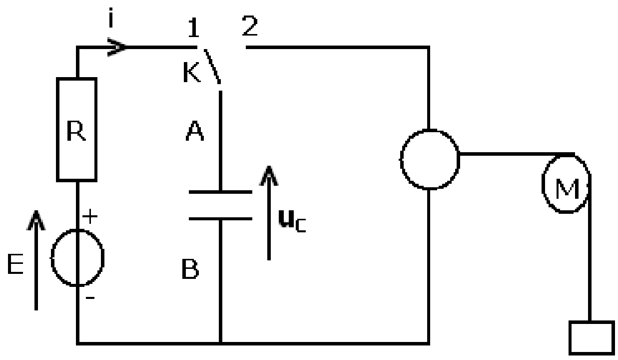
$$i=\frac{dq}{dt}=C.\frac{du_C}{dt}=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

شدة التيار الكهربائي خلال تفريغ مكثف في موصل

أومي هي : $i(t)=-\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

IV ـ الطاقة المخزونة في المكثف .

1 ـ الإبراز التجريبي



نعتبر التركيب التجريبي الممثل في الشكل جانبه :
نقوم بشحن المكثف بواسطة مولد التوتر المستمر .
نرجح قاطع التيار K إلى الموضع 2 :
ماذا نلاحظ ؟
نلاحظ أشتغال المحرك وصعود الكتلة المعلمة المعلقة بواسطة خيط ملفوف حول مرود المحرك .
كيف نفسر هذه الملاحظة ؟
يفسر صعود الكتلة المعلمة واكتسابها طاقة وضع ثقالية إلى الطاقة الكهربائية التي اختزنها المكثف أثناء شحنه .
نستنتج أن المكثف يمكّن من تخزين طاقة كهربائية قصد استعمالها عند الحاجة .

2 ـ تعبير الطاقة المخزونة في المكثف .

القدرة الكهربائية الممنوحة للمكثف هي : $\mathscr{P}=u_C.i$ بحيث أن $i=\frac{dq}{dt}=C\frac{du_C}{dt}$ وبالتالي فإن :

$$\mathscr{P}=C.u_C\frac{du_c}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cu_C^2\right)$$

ونعلم أن القدرة

$$\mathscr{P}=\frac{d\xi_e}{dt}\Rightarrow\xi_e=\frac{1}{2}Cu_C^2+K$$

باعتبار أن $\xi_e(0)=0$ عندما يكون المكثف غير مشحون $u_C(0)=0$ فإن K=0

وبالتالي تكون الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف هي :

$$\xi_e=\frac{1}{2}Cu_C^2$$

خاصية تخزين الطاقة الكهربائية بواسطة مكثف وإمكانية استرجاعها عند الحاجة تمكن من استعماله في عدة أجهزة كمثلا الذاكرة المتطايرة الدينامية RAM للحاسوب ، التغذية الكهربائية المستمرة والمثبتة ، الأجهزة الفوتوغرافية حيث تمكن الطاقة المخزونة في المكثف من تشغيل مص