المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2023

RS 22

الموضوع

sssssssssssssssssssss-sss

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة الدوال العددية وحساب التكامل	8 نقط

- ✓ نرمز بـ $\overline{z}$ لمرافق العدد العقدي z وبـ $|z|$ لمعياره،
- ✓ $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول (3 نقط):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{2u_n + 5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n > -1$ — 0.5

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ثم استنتج أن (u_n) متقاربة. — 0.5

3) نضع $v_n = \dfrac{3}{1+u_n}$ ، لكل n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها 2 ثم حدد حدها الأول. — 0.5

ب) عبر عن u_n بدلالة n، لكل n من $\mathbb{N}$ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) — 0.5

4) نضع $w_n = e^{3-v_n}$ و $S_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن (w_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول. — 0.5

ب) احسب نهاية المجموع S_n — 0.5

التمرين الثاني (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(2,1,2)$ و $B(-2,0,5)$ و $C(4,-5,7)$ و $\Omega(1,-1,0)$. نضع $\vec{u} = \overrightarrow{\Omega A}$

لتكن (S) الفلكة التي مركزها Ω و شعاعها $R=3$

1) أ) بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 13\vec{u}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية. — 0.5

ب) تحقق أن $x+2y+2z-8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) — 0.25

ج) بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في النقطة A — 0.5

2) ليكن (P) المستوى الذي معادلته الديكارتية $3x+4y+z+1=0$ و (Δ) المستقيم المار من النقطة A والعمودي على المستوى (P)

أ) بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوى (P) في النقطة $H\left(\dfrac{1}{2},-1,\dfrac{3}{2}\right)$ — 0.5

ب) حدد إحداثيات النقطة D بحيث تكون النقطة H منتصف القطعة $[AD]$ — 0.5

3) ليكن (Q) المستوى المار من النقطة D والمتجهة $\overrightarrow{\Omega D}$ منظمية عليه.

أ) بين أن المستوى (Q) مماس للفلكة (S) في D — 0.25

ب) بين أن المستويين (Q) و (ABC) يتقاطعان وفق المستقيم (BC) — 0.5

التمرين الثالث (3 نقط):

1) نعتبر العدد العقدي $a=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$

0.25 أ) بين أن $a=\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

0.25 ب) استنتج أن a^{2022} عدد حقيقي

0.5 2) في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي a و $\overline{a}$
حدد قياسا لزاوية الدوران R الذي مركزه O ويحول B إلى A

3) نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E_\alpha): z^2-\sqrt{3}z+\alpha=0$ حيث α عدد حقيقي غير منعدم .
نفترض أن المعادلة (E_α) تقبل حلين عقديين مترافقين غير حقيقيين z و $\overline{z}$
لتكن النقط $M(z)$ و $N(\overline{z})$ و $P\left(\sqrt{3}\right)$ من المستوى العقدي.
بدون حل المعادلة (E_α):

0.5 أ) علل أن $\alpha>\frac{3}{4}$ و أن $\alpha=z\overline{z}$

0.5 ب) بين أن $|z|=\left|z-\sqrt{3}\right|$

0.5 ج) استنتج أن النقطتين M و N تنتميان الى المستقيم (Δ) واسط القطعة $[OP]$

0.5 د) حدد قيمة α التي من أجلها $\left|z-\sqrt{3}\right|=\sqrt{3}$ واستنتج في هذه الحالة، نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) والدائرة التي مركزها P وشعاعها $\sqrt{3}$.

التمرين الرابع (3 نقط):

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وكرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس.

1) نسحب عشوائيا وتآنيا كرتين من الصندوق.

0.5 أ) أحسب احتمال الحدث A : " سحب كرة سوداء واحدة على الأقل "

0.5 ب) نعتبر الحدث B : " الحصول على كرتين من نفس اللون " . بين أن $p(B)=\frac{7}{15}$

0.5 ج) نكرر هذه التجربة خمس مرات مع إعادة الكرتين الى الصندوق بعد كل سحبة.
ما هو احتمال تحقق الحدث B ثلاث مرات بالضبط؟

2) في هذا السؤال، نسحب كرات من الصندوق، واحدة تلو الأخرى وبدون إحلال، ونتوقف عن السحب عند الحصول على كرة بيضاء لأول مرة.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي تم إجراؤها في هذه التجربة.

0.25 أ) علل أن القيم التي يأخذها X هي : 1 و 2 و 3

0.25 ب) بين أن $p(X=2)=\frac{4}{15}$

0.5 ج) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

0.5 د) ما هو احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل؟

المسألة(8 نقط):

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=(x-1)^2e^{x(2-x)} & ; \quad x\le 2 \\ f(x)=1+(x-2)^2\ln(x-2) & ; \quad x>2 \end{cases}$$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1cm$)

1) بين أن الدالة f متصلة في النقطة 2 — 0.5

2) أ) تحقق أن لكل $x<2$ و $x\neq 0$ ، $\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=xe^{x(2-x)}-x.\dfrac{e^{x(2-x)}-1}{x(2-x)}$ — 0.25

ب) بين أن f قابلة للاشتقاق على اليسار في 2 — 0.5

ج) بين أن f قابلة للاشتقاق في 2 وأن $f'(2)=0$ ثم أول النتيجة هندسيا — 0.75

3) أ) تحقق أن لكل $x\le 2$ ، $f(x)=x(x-2)e^{x(2-x)}+e^{x(2-x)}$ — 0.25

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا — 0.5

ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. — 0.75

4) أ) بين أن لكل $x<2$ ، $f'(x)=2x(x-1)(2-x)e^{x(2-x)}$ — 0.5

ب) بين أن لكل $x>2$ ، $f'(x)=(x-2)\big(1+2\ln(x-2)\big)$ — 0.5

ج) حل في المجال $]2,+\infty[$ المتراجحة $1+2\ln(x-2)\le 0$ — 0.5

د) أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ — 0.75

5) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ — 1

(نعطي: $f(3)=1$ و $2+\dfrac{1}{\sqrt{e}}\approx 2.6$ و $f\left(2+\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)\approx 0.8$)

6) ليكن $\lambda\in\,]2,3[$

أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن $\displaystyle\int_{\lambda}^{3}(x-2)^2\ln(x-2)dx=-\frac{1}{9}+\frac{1}{3}(\lambda-2)^3\left(\frac{1}{3}-\ln(\lambda-2)\right)$ — 0.5

ب) استنتج بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ لحيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيمات ذات المعادلات: $y=1$ و $x=\lambda$ و $x=3$ — 0.5

ج) احسب $\lim\limits_{\lambda\to 2^+} A(\lambda)$ — 0.25