السنة 2 بكالوريا علوم تجريبية	المتتاليات العددية	سلسلة 2

تمرين 1 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{n^2+5} \end{cases}$; $n \geq 0$

1) بين أن $\forall n \in IN \quad u_n > 0$

2) بين أن $\forall n \in IN \quad u_{n+1} \leq \dfrac{1}{5} u_n$

3) استنتج أن : $\forall n \in IN^* \; 0 \leq u_n \leq \left(\dfrac{1}{5}\right)^n$

4) استنتج أن (u_n) متقاربة و احسب $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$

تمرين 2 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12} \end{cases}$; $n \geq 0$

1) بين أن $\forall n \in IN \quad u_n < 4$

2) بين أن $\forall n \in IN \quad 4 - u_{n+1} \leq \dfrac{4-u_n}{4}$

3) استنتج أن (u_n) متقاربة و احسب $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$

تمرين 3 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases}$; $n \geq 0$

1) بين أن $\forall n \in IN \quad u_n > 3$

2) ادرس رتابة المتتالية (u_n)

3) بين أن $\forall n \in IN \quad u_{n+1} - 3 > \dfrac{9}{5}(u_n - 3)$

4) استنتج أن : $\forall n \in IN \quad u_n \geq \left(\dfrac{9}{5}\right)^n + 3$

5) استنتج $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$ ، هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

تمرين 4 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(u_n + \sqrt{u_n} + 2\right) \end{cases}$; $n \geq 0$

1) بين أن $\forall n \in IN \; 1 \leq u_n < 4$

2) ادرس رتابة المتتالية (u_n)

3) بين أن $\forall n \in IN \quad 0 < 4 - u_{n+1} < \dfrac{2}{3}(4 - u_n)$

4) استنتج أن (u_n) متقاربة و احسب $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$

تمرين 5 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 4}{u_n + 1} \end{cases}$; $n \geq 0$

1) بين أن $\forall n \in IN \quad u_n > 2$

2) ادرس رتابة المتتالية (u_n)

3) استنتج أن (u_n) متقاربة و احسب $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$

4) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث : $\forall n\in IN \quad v_n=\dfrac{1}{u_n-2}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها و حدها الأول

ب) احسب u_n بدلالة n

5) احسب $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} u_n$ بطريقة أخرى.