01.

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{1+u_n} \; ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

01. بين أن: $0 \leq u_n \leq 3 \quad : \quad \forall n \geq 0$.

02. نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي: $\forall n \in \mathbb{N} \; ; v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية وحدد عناصرها المميزة . ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

02.

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 > 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2+(u_n)^2} \; ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) بين أن: $\forall n \geq 0 : u_n > 0$.

2) بين أن: $(u_n)_{n\geq 0}$ تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة.

3) أ- بين أن: $\forall n \geq 0 : u_{n+1} \leq \dfrac{u_n}{2}$. ب- استنتج أن: $\forall n \geq 0 : u_n \leq \dfrac{u_0}{2^n}$. ج- استنتج نهاية المتتالية u_n.

03.

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \dfrac{u_n}{5+4u_n} \end{cases}$$

01. أ- أحسب: u_1 و u_2. ب- بين أن: $u_n > 0 \quad : \quad \forall n \geq 0$. ج- بين أن: u_n تناقصية. د- استنتج تقارب المتتالية u_n.

02. أ- بين أن: $\forall n \geq 0 : u_{n+1} \leq \dfrac{1}{5} u_n$. ب- بين أن: $\forall n \geq 0 : u_n \leq 3\left(\dfrac{1}{5}\right)^n$.

ج- استنتج أن: $\forall n \geq 0 : 0 < u_n \leq 3\left(\dfrac{1}{5}\right)^n$. د- أوجد النهاية التالية: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

لتكن u_n و v_n متتاليتين معرفتين بما يلي : لكل n من $\mathbb{N}$:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 1}{4} \; ; \; n \in \mathbb{N} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{3v_n + 1}{4} \; ; \; n \in \mathbb{N} \end{cases}.$$

- طريقة 1 لتحديد نهاية u_n .

1. لنعتبر المتتالية s_n المعرفة ب : $s_n = u_n + v_n \ , \ \forall n \in \mathbb{N}$. بين بالترجع أن المتتالية s_n ثابتة .

2. لنعتبر المتتالية d_n المعرفة ب : $d_n = v_n - u_n \ , \ \forall n \in \mathbb{N}$. بين أن المتتالية d_n هندسية محددا عناصرها المميزة .

3. استنتج : $\lim_{n\to+\infty} v_n - u_n$. s_n

4. أ- أكتب u_n بدلالة s_n و d_n ؛ ثم u_n بدلالة n . ب - أكتب v_n بدلالة s_n و d_n ؛ ثم v_n بدلالة n . ج- استنتج $\lim_{n\to+\infty} u_n$ و $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

- طريقة 2 لمعرفة نهاية u_n مبيانيا .

لنعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$. الرسم أسفله (C_f) يمثل منحنى للدالة f و المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x$: (Δ) في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ و حدة القياس 5 cm

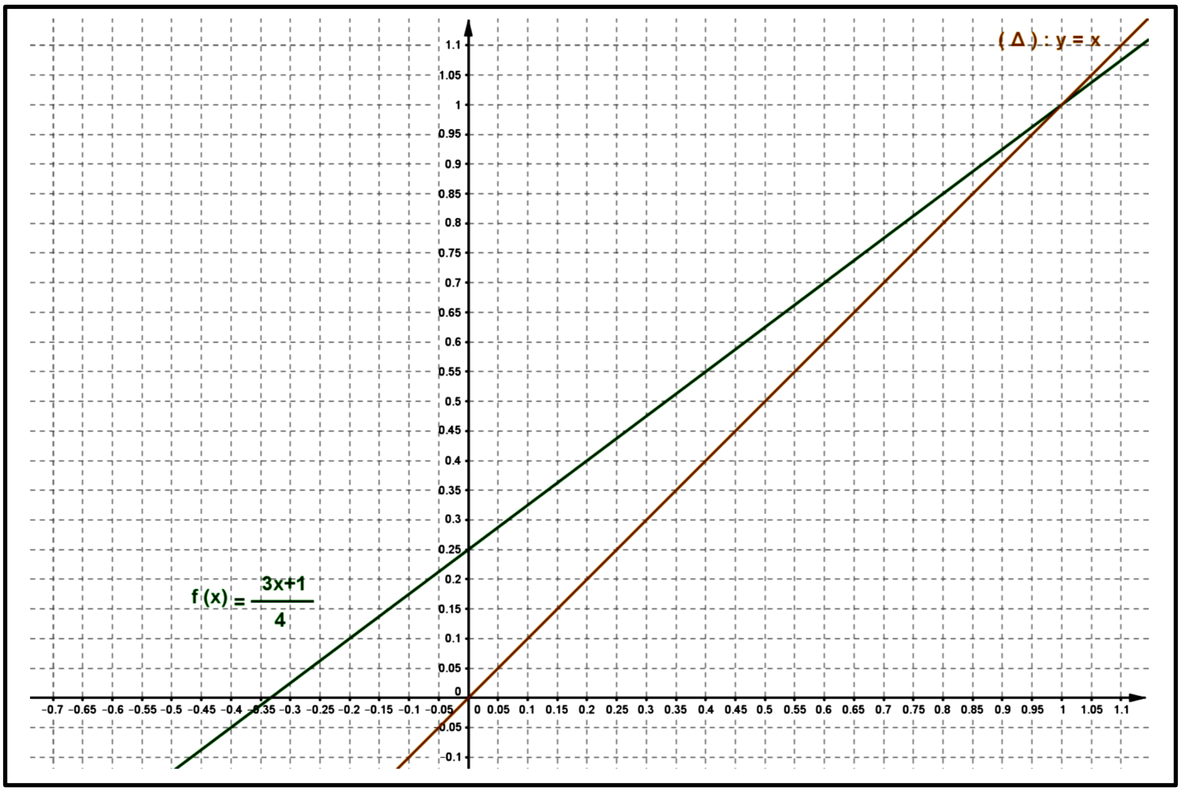
1. مثل على محور الأفاصيل النقط A_0 و A_1 و A_2 و A_3 و A_4 التي أراتبها منعدمة و أفاصيلها هي u_0 و u_1 و u_2 و u_3 و u_4 على التوالي . مع $u_1 = \frac{1}{4} = 0,25$ و $u_2 = \frac{7}{16} \simeq 0,44$ و $u_3 = \frac{37}{64} \simeq 0,58$ و $u_4 = \frac{175}{256} \simeq 0,69$. على المنحنى ضع المسلك الذي نتبعه للحصول على قيم هذه الحدود و هي ممثلة على محور الأفاصيل بدون استعمال قيم u_1 و u_2 و u_3 و u_4 .

2. ما هو التظنن الذي نحصل عليه ؟

- طريقة 3 لتحديد نهاية u_n .

1. أ- أعط جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$. ب - بين أن : $f([0;1]) \subset [0;1]$. ج- أكتب المتتالية (u_n) مستعملا الدالة f .

2. أ- . بين ان : $0 \le u_n \le 1 \ ; \ \forall n \in \mathbb{N}$. ب - بين أن (u_n) تزايدية . ج- استنتج أن: (u_n) لها نهاية منتهية ℓ . د- بين أن : $\ell \le 1$ هـ- حدد قيمة ℓ .



ملحوظة :

يمكنك أن تبين أن :

- v_n مصغورة ب 1 .
- v_n تناقصية .
- v_n متقاربة .
- ثم تحدد نهاية v_n .