درس التكامل:

تعريف1: لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I
نسمي دالة أصلية للدالة f على I , كل دالة F قابلة للاشتقاق على I , و مشتقتها f هي ,أي $(\forall x\in I);F'(x)=f(x)$

تعريف2: لتكن f دالة متصلة على كمجال $[a;b]$ و F دالة أصلية للدالة f على المجال $[a;b]$ لدينا:

$$\int_a^b f(x)dx=\left[F(x)\right]_a^b=F(b)-F(a)$$

نتائج: لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على المجال $[a;b]$ بحيث الدالة f' متصلة على المجال $[a;b]$ لدينا:

- $\int_a^b f'(x)dx=\left[f(x)\right]_a^b=f(b)-f(a)$
- لكل عدد حقيقي k لدينا: $\int_a^b kdx=[kx]_a^b=k(b-a)$
- لتكن f دالة متصلة على المجال $[a;b]$ لدينا:

$$\int_b^a f(x)dx=-\int_a^b f(x)dx \quad \text{و} \quad \int_a^a f(x)dx=0$$

- علاقة شال: $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$
- الخطانية: $\int_a^b (f+g)(x)dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$

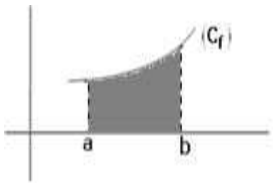
و $\int_a^b (kf)(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$

- **خاصية:** لتكن f و g دالتين متصلتين على المجال I و a و b عنصرين من I
  - إذا كان $a\le b$ و f موجبة على القطعة $[a;b]$ فان $\int_a^b f(x)dx\ge 0$
  - إذا كان $a\le b$ و $(\forall x\in[a;b]);f(x)\le g(x)$ فان: $\int_a^b f(x)dx\le\int_a^b g(x)dx$
- العدد الحقيقي $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$ يسمى القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[a;b]$
- **المكاملة بالأجزاء:** صيغة المكاملة بالأجزاء هي :

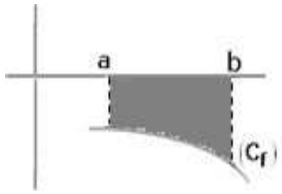
$$\int_a^b u'(x)v(x)dx=\left[u(x)v(x)\right]_a^b-\int_a^b u(x)v'(x)dx$$

- **كيفية حساب مساحة حيز:** لتكن f دالة متصلة على قطعة $[a;b]$ لتكن A مساحة حيز المستوى المحصور بين (C_f) منحنى الدالة f و محور الأفاصيل و المستقيمين الذين معادلتهما على التوالي $x=a$ و $x=b$

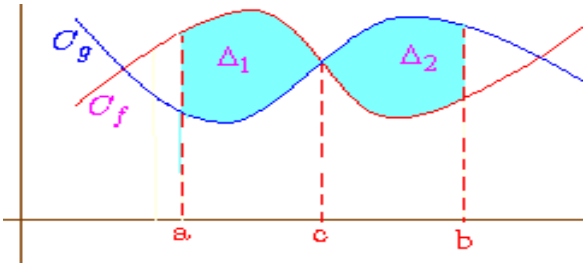
  - إذا كانت f موجبة على القطعة $[a;b]$ فان : $A=\int_a^b f(x)dx$ بوحدة قياس المساحات



  - إذا كانت f سالبة على القطعة $[a;b]$ فان: $A=-\int_a^b f(x)dx$ بوحدة قياس المساحات



- **كيفية حساب المساحة بين منحنيين:** لتكن f و g دالتين متصلتين على مجال $[a;b]$, و (C_f)و (C_g) المنحنيين الممثلين لهما على التوالي . مساحة حيز المستوى المحصور بين (C_f)و (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x=a$ و $x=b$ هي العدد: $\int_a^b|f(x)-g(x)|dx$



- **كيفية حساب الحجم:** لتكن f دالة متصلة على $[a;b]$ $(a\prec b)$ حجم المجسم المولد بدوران منحنى الدالة f جول محور الأفاصيل هو: $V=\int_a^b \pi\left(f(x)\right)^2dx$ بوحدة قياس الحجوم.

حظ سعيد