التمرين الأول: نعتبر في الفضاء المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ‏(3 ن)

النقط: $\Omega(-1,1,2)$ و $A(2,2,4)$ و $B(6,1,3)$ و $C(-4,4,5)$

1° - حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ ثم بين أن: ‏(1 ن)
$x+2y+2z-14=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

2° - لتكن (S) الفلكة التي مركزها Ω والمماسة للمستوى (ABC).

أ - احسب المسافة: $d(\Omega,(ABC))$. ‏(0,5 ن)

ب - بين أن: $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S). ‏(0,5 ن)

ج - بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تماس (S) والمستوى (ABC) هو $(0,3,4)$. ‏(0,75 ن)

د - بين أن المستقيم (ΩH) تخترق الفلكة (S) في نقطتين يتم تحديدهما. ‏(0,5 ن)

التمرين الثاني: ‏(3,5 ن)

1° - حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: ‏(0,5 ن)

$$Z^2-6Z+12=0$$

2° - نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي:

$a=2\sqrt{3}$ و $b=3+i\sqrt{3}$ و $c=\overline{b}$

أ - اكتب على الشكل الأسي العدد العقدي b. ‏(0,5 ن)

ب - استنتج أن: $a^6+b^6=0$ ‏(0,5 ن)

ج - حدد a' لحق النقطة A' صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$. ‏(0,5 ن)

د - استنتج أن: $\arg(a'c) \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$ و $|a'c| = 12$ ن1
ثم حدد $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

هـ - حدد ومثل في المستوى العقدي، مجموعة النقط $M(z)$ والتي تحقق: $\frac{z-c}{z-b} \in \mathbb{R}$ ن0,5

التمرين الثالث: يحتوي كيس على أربع كرات غير قابلة للتمييز باللمس: ثلاث كرات منها حمراء تحمل الأرقام 1 و 1 و 2 وكرة واحدة خضراء تحمل الرقم 2. نسحب من الكيس كرتين بالتتابع وبإحلال. ن3,25

1) نعتبر الحدثين التاليين:

A: «الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون»

B: «جداء رقمي الكرتين المسحوبتين عدد زوجي»

أ - بين أن: $p(A) = \frac{5}{8}$ و $p(B) = \frac{3}{4}$ ن1,25

ب - علما أن الكرتين المسحوبتين لهما نفس اللون ما هو احتمال أن يكون جداء رقميهما عددا زوجيا؟ ن0,5

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لكرتين من الكيس بعدد الكرات الخضراء المسحوبة. ن1,5
اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.

Lycée ANISSE	EXAMEN : N°2	$\frac{3}{4}$	2.BAC.S.P

التمرين الرابع : (10ن)

(I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f : x \longmapsto (2-x)e^{x} - 2$$

وليكن (C) منحناها في م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1° - بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$ ثم أول هندسيا. (0,5ن)

2° - أ- بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ (0,5ن)

ب - استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه. (0,25ن)

3° - أ- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن : (0,75ن)

$$(\forall x \in \mathbb{R}) : \quad f'(x) = (1-x)e^{x}$$

ب - أعط جدول تغيرات الدالة f. (0,5ن)

ج - بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1,+\infty[$ وأن : $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (نقبل أن : $e^{3/2} > 4$) (0,5ن)

د - بين أن : $y = x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 0. (0,5ن)

4° - أ- ادرس تقعر المنحنى (C) (0,75ن)

ب - استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T). (0,5ن)

ج - أنشئ (T) والمنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (0,75ن)

5°) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: 1 ن

$$I=\int_0^1 (2-x)e^x\,dx = 2e-3$$

ب- استنتج مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (T) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=0$ و $x=1$ 0,5 ن

II) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g: x \mapsto 2-2e^{-x}$

1°) - بين أن: $0 \leq g'(x) \leq \frac{1}{2}$ $\left(\forall x \in \left[\frac{3}{2},+\infty\right[\right)$ 0,5 ن

2°) - بين أن: $g(\alpha)=\alpha$ 0,5 ن

3°) - نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي: $\begin{cases} U_0=\frac{3}{2} \\ U_{n+1}=2-2e^{-U_n} \quad / n\in\mathbb{N} \end{cases}$

أ- بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : \frac{3}{2} \leq U_n \leq \alpha$ 0,5 ن

ب- بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : 0 \leq \alpha - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(\alpha - U_n)$ 0,5 ن

(لاحظ أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : \int_{U_n}^{\alpha} g'(x)\,dx = \alpha - U_{n+1}$)

ج- بين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) : 0 \leq \alpha - U_n \leq \frac{1}{2^{n+1}}$ 0,5 ن

د- استنتج أن (U_n) متقاربة وحدد نهايتها. 0,5 ن