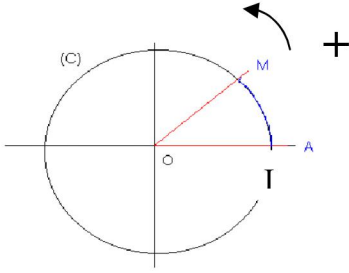


1. توجيه المستوى:



لتكن (C) دائرة من المستوى (P) مركزها O, و لتكن I و M نقطتين من (C). لدينا منحنيين للوصول إلى النقطة M انطلاقا من I. أحدهما موجب و الآخر سالب. لقد تم اختيار المنحى الموجب هو المنحى المضاد لحركة عقربي الساعة (المنحى + المشار إليه في الشكل) و يسمى المنحى المثلي.

- ❖ عندما نختار هذا المنحى نقول بأننا وجهنا الدائرة (C) توجيهها موجبا أو مباشرا.
- ❖ بتوجيه جميع دوائر المستوى (P) توجيهها موجبا نقول بأننا وجهنا المستوى (P) توجيهها موجبا أو مباشرا.

2. الدائرة المثلية:

الدائرة المثلية هي كل دائرة شعاعها 1 مزودة بأصل و موجهة توجيهها موجبا.

3- وحدات قياس الزوايا

لقياس الزوايا هناك ثلاث وحدات هي الدرجة و الغراد و الراديان.

تعريف الراديان

الراديان هو قياس زاوية مركزية، في دائرة شعاعها R ، تحصر قوسا دائرية طولها R .
نرمز لها بـ rd أو rad
 $\pi rd = 200gr = 180^\circ$ (gr : يرمز للغراد)

ملاحظة

نتيجة

إذا كان x قياس زاوية بالراديان و y قياسها بالدرجة و z قياسها بالغراد فان $\frac{x}{\pi} = \frac{y}{180} = \frac{z}{200}$

** تمرين تطبيقي : (02 - س)

4. الأفاصل المنحنية لنقطة من دائرة مثلية:

a - الأفاصل المنحني الرئيسي لنقطة على الدائرة المثلية

خاصية و تعريف

لتكن (C) دائرة مثلية أصلها I.
كل نقطة M من (C) تمثل عدد وحيد α من $]-\pi; \pi]$ و كل عدد α من $]-\pi; \pi]$ يمثل نقطة وحيدة M من (C).
العدد α يسمى الأفاصل المنحني الرئيسي لـ M

ملاحظة قياس الزاوية الهندسية $[\widehat{IOM}]$ هو $|\alpha|$ راديان

** تمرين تطبيقي : (03 - س)

b - الأفاصل المنحنية لنقطة على الدائرة المثلية

تعريف

لتكن M نقطة من دائرة مثلية (C) أصلها I. و ليكن α أفاصلها المنحني الرئيسي
كل عدد يكتب على الشكل $\alpha + 2k\pi$ بحيث k عنصر من \mathbb{Z} يسمى أفاصلا منحنيا للنقطة M.

خاصية - إذا كان x و y أفاصولين منحنيين للنقطة M فانه يوجد عنصر λ من \mathbb{Z} بحيث $x - y = 2\lambda\pi$

و نكتب $x \equiv y [2\pi]$ و نقرأ x يساوي y بترديد 2π .

- إذا كان x أفاصول منحني للنقطة M فان جميع الأفاصول المنحنية للنقطة M تكتب على شكل $x + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$.

** تمرين تطبيقي : (04 - س)

4. الزاوية الموجهة لنصفي مستقيم:

خاصية و تعريف

* كل زوج $([OA], [OB])$ من نصفي مستقيم يحدد الزاوية الموجهة المرموز اليها ب:

$$\left(\overline{OA}, \overline{OB} \right)$$

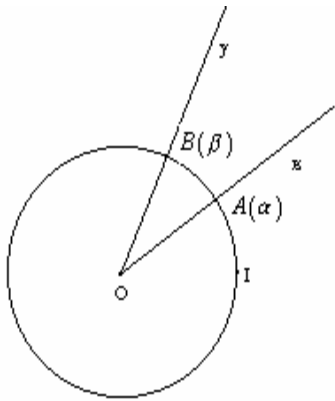
أنظر الشكل.

* ليكن α و β أفصولين منحنيين للنقطتين A و B على التوالي. الأعداد الحقيقية $\beta - \alpha + 2k\pi$

$$\left(\overline{OA}, \overline{OB} \right)$$

$$\left(\overline{OA}, \overline{OB} \right) \equiv \beta - \alpha + 2k\pi$$

* للزاوية الموجهة $\left(\overline{OA}, \overline{OB} \right)$ قياس وحيد في المجال $[-\pi, \pi]$ يسمى القياس الرئيسي للزاوية.



** تمرين تطبيقي:

$$1 - \text{ ما هو القياس الرئيسي لزاوية موجهة قياسها أحد القياسات } 47\pi ; -36\pi ; \frac{52\pi}{5} ; \frac{25\pi}{3}$$

$$2 - \text{ أنشئ زاوية موجهة } (\overline{Ox}; \overline{Oy}) \text{ قياسها } \frac{-234\pi}{5}$$

5. الزاوية الموجهة لمتجهتين:

تعريف

لتكن \vec{u} و \vec{v} متجهتين غير منعدمتين: $\vec{u} = \overline{OA}$ و $\vec{v} = \overline{OB}$ ان $\left(\overline{OA}, \overline{OB} \right) = \left(\vec{u}, \vec{v} \right)$ ومنه $\left(\overline{OA}, \overline{OB} \right) = \left(\vec{u}, \vec{v} \right)$

خصايات: لتكن \vec{u} و \vec{v} و \vec{w} ثلاث متجهات من المستوى.

$$\left(\vec{u}, \vec{u} \right) \equiv 0[2\pi] \quad \text{و} \quad \left(\vec{u}, \vec{v} \right) \equiv -\left(\vec{v}, \vec{u} \right)[2\pi] \quad \text{و} \quad \left(\vec{u}, \vec{v} \right) + \left(\vec{v}, \vec{w} \right) \equiv \left(\vec{u}, \vec{w} \right) [2\pi]$$

** تمرين تطبيقي :

لتكن (C) دائرة مثلثية مركزها O وأصلها I . نعتبر على (C) النقط التالية المعرفة بأفصولها

$$A(\pi) \quad B\left(\frac{3\pi}{2}\right) \quad E\left(\frac{23\pi}{4}\right) \quad F\left(\frac{-17\pi}{3}\right)$$

أعط قياسا لكل من الزاوية التالية ، ثم حدد القياس الرئيسي لكل منهن

$$\left(\overline{OA}; \overline{OA} \right) ; \left(\overline{OB}; \overline{OA} \right) ; \left(\overline{OA}; \overline{OE} \right) ; \left(\overline{OE}; \overline{OF} \right)$$

6. النسب المثلثية لعدد حقيقي:

a- المعلم المتعامد الممنظم المرتبط بالدائرة المثلثية

لتكن (C) دائرة مثلثية مركزها O وأصلها I .

ولتكن J من (C) بحيث $\left(\overline{OI}; \overline{OJ} \right)$ زاوية قائمة موجبة

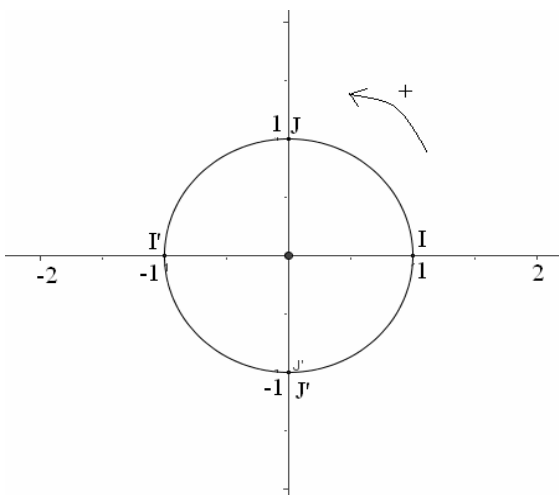
المعلم $(O; \overline{OI}; \overline{OJ})$ يسمى المعلم المتعامد الممنظم

المباشر المرتبط بالدائرة المثلثية (C) .

لتكن J' من (C) بحيث $\left(\overline{OI}; \overline{OJ}' \right)$ زاوية قائمة سالبة

المعلم $(O; \overline{OI}; \overline{OJ}')$ يسمى المعلم المتعامد الممنظم

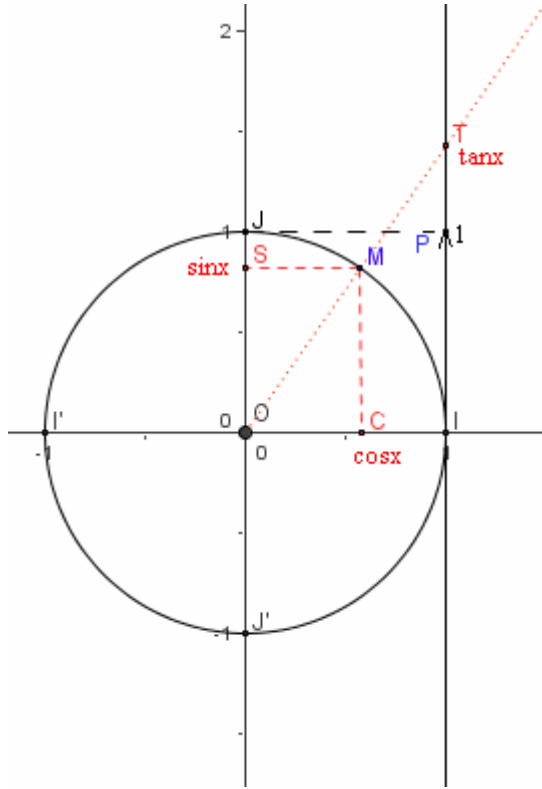
الغير المباشر المرتبط بالدائرة المثلثية (C) .



b- النسب المثلثية

تعريف

لتكن دائرة مثلثية و $(O; \overline{OI}; \overline{OJ})$ المعلم المتعامد الممنظم المرتبط بها. لتكن نقطة M من (C) و x أفضولا منحنيها لها. نعتبر C المسقط العمودي لـ M على (OI) و S المسقط العمودي لـ M على (OJ)



*- العدد الحقيقي أفضول النقطة M في المعلم $(O; \overline{OI}; \overline{OJ})$ يسمى جيب تمام العدد الحقيقي x نرمز له بـ $\cos x$

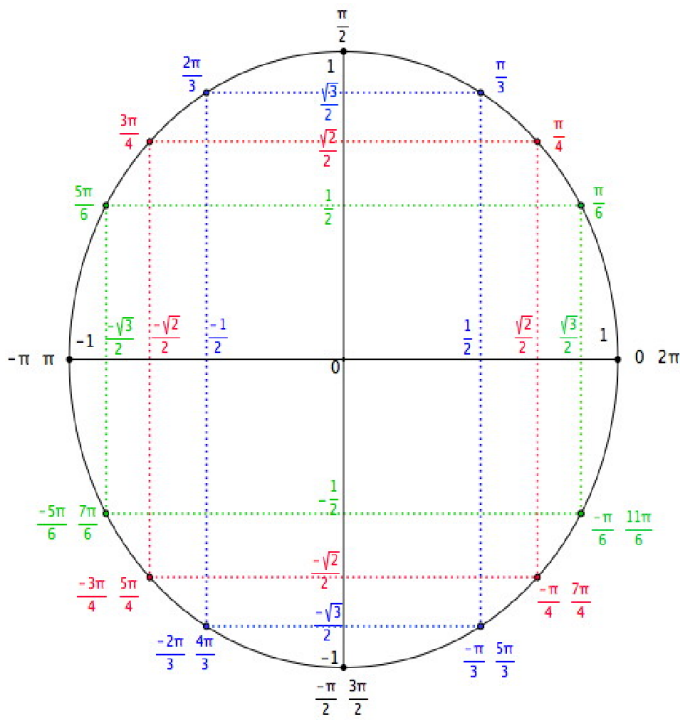
*- العدد الحقيقي أرتوب النقطة M في المعلم $(O; \overline{OI}; \overline{OJ})$ يسمى جيب العدد الحقيقي x نرمز له بـ $\sin x$

*- ليكن Δ المماس لـ (C) عند I و النقطة $P(1;1)$. لتكن T نقطة تقاطع (OM) و Δ أي

$$k \in \mathbb{Z} \quad x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

العدد الحقيقي أفضول T في المعلم $(I; P)$ يسمى ظل العدد الحقيقي x نرمز له بـ $\tan x$.

خصائيات:



لكل x من \mathbb{R} $-1 \leq \sin x \leq 1$, $-1 \leq \cos x \leq 1$
لكل x من \mathbb{R} $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$
لكل $k \in \mathbb{Z}$ $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$
الدالة \cos زوجية: $\cos(-x) = \cos x$ لكل x من \mathbb{R} .
الدالة \sin فردية: $\sin(-x) = -\sin x$
لكل x من $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ لدينا:
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
$\tan(x + k\pi) = \tan x$

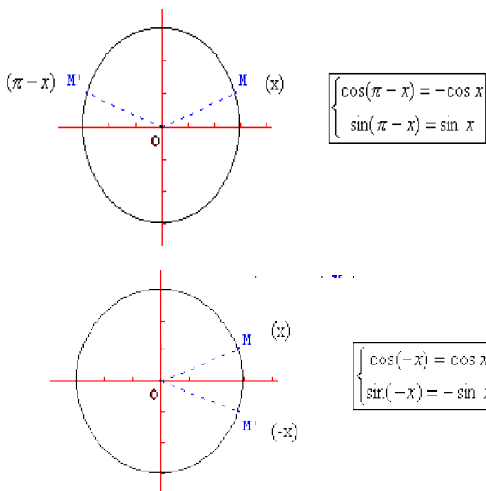
لكل x من \mathbb{R} $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
لكل x من $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

** تمرين تطبيقي : (05 - س) (2-4)

** تمرين تطبيقي : (10 - س) (3)

c. العلاقة بين النسب المثلثية لعدد:

*- بتوظيف الدائرة المثلثية نحصل على



	$-x$	$\pi - x$	$\pi + x$	$x - \frac{\pi}{2}$	$x + \frac{\pi}{2}$
$\cos x$	$\cos x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$\sin x$	$-\sin x$
$\sin x$	$-\sin x$	$\sin x$	$-\sin x$	$\cos x$	$\cos x$
$\tan x$	$-\tan x$	$-\tan x$	$\tan x$	$\frac{1}{\tan x}$	$\frac{-1}{\tan x}$

** تمرين تطبيقي : (7 - س) (1-5)

d - نسب مثلثية اعتيادية

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tanx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

** تمرين تطبيقي : (6 - س)

