تصحيح

المباريات الإقليمية في مادة الرياضيات
الثالثة إعدادي . المرحلة الأولى

التمرين الاول

لدينا $a-\frac{1}{a}=\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{6}$

إذن $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)^2$

يعني
$$a^2-\left(2a\times\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{a^2}=\left[\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-\sqrt{6}\right]^2$$
$$a^2-2+\frac{1}{a^2}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{6}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{6}\right)^2$$
$$a^2+\frac{1}{a^2}-2=3+2\sqrt{6}+2-6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+6$$
$$a^2+\frac{1}{a^2}-2=11+2\sqrt{6}-6\sqrt{2}-4\sqrt{3}$$

يعني
$$a^2+\frac{1}{a^2}+6\sqrt{2}+4\sqrt{3}-2\sqrt{6}=13$$

ونعلم أن 13 عدد صحيح طبيعي

إذن $a^2+\frac{1}{a^2}+6\sqrt{2}+4\sqrt{3}-2\sqrt{6}$ عدد صحيح طبيعي

التمرين الثاني

1) لدينا
$$\sqrt{m}-\frac{m+1}{2}=\frac{2\sqrt{m}-m-1}{2}$$
$$=-\frac{\left(m-2\sqrt{m}+1\right)}{2}$$

يعني
$$\sqrt{m}-\frac{m+1}{2}=-\frac{\left(\sqrt{m}-1\right)^2}{2}$$

ونعلم أن $\frac{\left(\sqrt{m}-1\right)^2}{2}\geqslant 0$ إذن $-\frac{\left(\sqrt{m}-1\right)^2}{2}$

إذن
$$\sqrt{m}\leqslant\frac{m+1}{2}$$

2 (ت) نعلم أن $\sqrt{m} \leq \frac{m+1}{2}$

إذن $\sqrt{2x+1} \leq \frac{(2x+1)+1}{2}$

و $\sqrt{2y+1} \leq \frac{(2y+1)+1}{2}$

و $\sqrt{2z+1} \leq \frac{(2z+1)+1}{2}$

ومنه $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} + \sqrt{2z+1} \leq \frac{2x+1+1}{2} + \frac{2y+1+1}{2} + \frac{2z+1+1}{2}$

يعني $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} + \sqrt{2z+1} \leq \frac{2(x+y+z)+6}{2}$

أي $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} + \sqrt{2z+1} \leq \frac{(2\times 1)+6}{2}$ لأن $x+y+z=1$

وبالتالي $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} + \sqrt{2z+1} \leq 4$

التمرين الثالث

- نعلم أن M تنتمي إلى دائرة (C) قطرها [AB]
إذن المثلث AMB قائم الزاوية في M

ومنه $AM^2 = AB^2 - MB^2$

يعني $AM^2 = 64 - 16$

يعني $AM^2 = 48$

يعني $AM = 4\sqrt{3}$ cm

- لدينا $(AB)\parallel(EF)$ لأن ABEF مستطيل
و (BM) قاطع لهما

إذن $A\hat{B}M = B\hat{M}E$ (زاويتان متبادلتان داخليا)

ولدينا $A\hat{M}B = B\hat{E}M = 90°$ لأن المثلث AMB قائم في M و ABEF مستطيل

إذن المثلثان BMA و MEB متشابهان

ومنه $\frac{MA}{EB} = \frac{BA}{MB} = \frac{BM}{ME}$ (الأضلاع المتناظرة متناسبة)

إذن $\frac{4\sqrt{3}}{EB} = \frac{8}{4}$ ومنه $EB = 2\sqrt{3}\,cm$

مساحة المستطيل $ABEF$ هي:

$AB \times BE = 8\,cm \times 2\sqrt{3}\,cm = 16\sqrt{3}\,cm^2$

التمرين الرابع

1) في المثلث ABC لدينا $E \in (AC)$ و $F \in (BC)$

وبما أن $(EF) \parallel (AB)$ فإن $\frac{EF}{AB} = \frac{CF}{CB}$ (1)

وفي المثلث BCD لدينا $E \in (BD)$ و $F \in (BC)$

وبما أن $(EF) \parallel (CD)$ فإن $\frac{EF}{CD} = \frac{BF}{BC}$ (2)

من (1) و (2) لدينا

$$\frac{EF}{AB} + \frac{EF}{CD} = \frac{CF}{CB} + \frac{BF}{BC}$$

يعني

$$\frac{(EF \times CD) + (EF \times AB)}{AB \times CD} = \frac{CF + BF}{BC}$$

أي

$$\frac{(AB + CD)EF}{AB \times CD} = \frac{BC}{BC}$$

يعني

$$\frac{(AB + CD)EF}{AB \times CD} = 1$$

أي

$$(AB + CD)EF = AB \times CD$$

إذن

$$EF = \frac{AB \times CD}{AB + CD}$$

يعني

$$EF = \frac{(2x-1)(x+3)}{(2x-1)+(x+3)}$$

أي

$$EF = \frac{(2x-1)(x+3)}{3x+2}$$

2) لدينا $(x-2)(16x+27)=16x^2+27x-32x-54$

يعني $(x-2)(16x+27)=16x^2-5x-54$

ولدينا $EF=1{,}875$

يعني $\dfrac{(2x-1)(x+3)}{3x+2}=\dfrac{1875}{1000}$

أي $\dfrac{2x^2+6x-x-3}{3x+2}=\dfrac{15}{8}$

يعني $8(2x^2+5x-3)=15(3x+2)$

أي $16x^2+40x-24=45x+30$

يعني $16x^2-5x-54=0$

أي $(x-2)(16x+27)=0$

إذن $x-2=0$ أو $16x+27=0$

يعني $x=2$ أو $x=\dfrac{-27}{16}$

ونعلم أن $AB>0$ و $CD>0$

إذن $x>\frac{1}{2}$ و $x>-3$ أي $x>\frac{1}{2}$

وبالتالي $x=2$ لأن $\frac{-27}{16}<\frac{1}{2}$ و $2>\frac{1}{2}$

إذن تكون $EF=1{,}875$ إذا كانت $x=2$

أي $AB=3$ و $CD=5$