أكاديمية الجهة الشرق

سلسلة تمارين:الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية

المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجي

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1 : قارن بين $\frac{101}{102}$ و $\frac{100}{101}$

تمرين2 : قارن : a و b و نضع $a=2+\sqrt{3}$ و $b=2\sqrt{3}$

تمرين3: $a\in\mathbb{R}$ قارن : $2a$ و a^2+1

تمرين4 : قارن العددين: $a=\sqrt{6}$ و $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$

تمرين5 : قارن العددين: $a=\sqrt{10}$ و $b=\sqrt{5}+\sqrt{2}-1$

تمرين6 : قارن العددين: $a=10\sqrt{51}$ و $b=70+\sqrt{2}$

تمرين7 : نضع $a=\frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ و $b=\frac{4+\sqrt{2}}{7}$

1)بين أن : $b-a=\frac{8-5\sqrt{2}}{14}$

2)قارن العددين: a و b

تمرين8 : نضع $a=3\sqrt{18}-\sqrt{72}+2\sqrt{\frac{9}{2}}$

و $b=\sqrt{28}+\sqrt{32}-2\sqrt{2}$

1)بين أن : $a-b=4\sqrt{2}-2\sqrt{7}$

2)قارن العددين: a و b

تمرين9 : قارن العددين: $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ و $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

تمرين10 : ليكن a و b عنصرين من $\mathbb{R}_+^*$.

نضع: $x=\frac{7a+2b}{7a}$ و $y=\frac{8b}{7a+2b}$ قارن العددين x و y.

تمرين11 : ليكن x و y عددين حقيقين موجبين قطعا ومختلفين

اعط إشارة الخارج : $Z=\frac{x^2-y^2}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$

تمرين12 : ليكن a و b عددين حقيقين بحيث: $a^2+b^2=2$

1) بين أن: $(a+b)^2=2(1+ab)$

2) استنتج أنه اذا كان : a و b موجبين فان : $a+b>\sqrt{2}$

تمرين13 : ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}^+$.

1. قارن العددين: $\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$ و $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$
2. استنتج مقارنة العددين: $\sqrt{x}-\sqrt{x+1}$ و $\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}$.

تمرين14 : ليكن x عددا حقيقيا موجبا.

قارن العددين: x و $2\sqrt{x}-1$.

تمرين15 : ليكن n عددا صحيحا طبيعيا.

نضع: $a=\sqrt{4n^2+1}$ و $b=2n+1$ قارن العددين a و b.

تمرين16 : ليكن x و y عددين حقيقين بحيث: $x<y<3$

1. بين أن: $x+y-6\prec 0$
2. قارن العددين $a=x^2-6x+1$ و $b=y^2-6y+1$.

تمرين17: بعد التمثيل على مستقيم للمجالين I و J

حدد اتحاد وتقاطع المجالين I و J في الحالات الآتية

1) $J=[-1,+\infty[$ و $I=]-3,7]$

2) $J=[4;10]$ و $I=]-\infty,5[$

3) $J=[-5;-1]$ و $I=[0,10[$

4) $J=\left]-1,\frac{3}{2}\right[$ و $I=\left[\frac{-2}{3},2\right]$

تمرين18 : حل في IR النظمات الآتية

1) $\begin{cases}x\rangle 5\\ x\le 4\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x\ge -3\\ x\rangle 2\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x\rangle 7\\ x\ge 0\end{cases}$ 4) $\begin{cases}-3\le x\le 0\\ -7\langle x\langle 10\end{cases}$

تمرين19: نضع $x\in[1;3]$ و $y\in[2;4]$

1)اعط تأطيرا للأعداد التالية : x^2 و y^2 و $2x$ و $3y$ و $-x$

و $-y$ و $\frac{1}{x}$ و $\frac{1}{y}$ و $\frac{x}{y}$

2)حدد سعة التأطير لكل من A و B : $A=x^2+y^2+2x-3y$

و $B=\frac{2x-1}{x+1}$

تمرين20: نضع $x\in[-3;2]$ و $y\in[-7;1]$

1) اعط تأطيرا للأعداد التالية : $x+2y$ و $2x-y$ و

$-5x+3y-8$

2) اعط تأطيرا للعدد: xy

تمرين21: ليكن $1\le x\le 2$ و $\frac{1}{2}\le y\le\frac{3}{2}$

نضع : $E=x^2-y^2+x+y$

1) اعط تأطيرا للعدد E

2) تحقق أن : $E=(x+y)(x-y+1)$

واستنتج تأطيرا آخر للعدد E

3) استنتج أن : $\frac{3}{4}\le E\le\frac{29}{4}$

تمرين22: ليكن $\frac{1}{2}\le x\le\frac{2}{3}$ و $|2x+y|\le\frac{2}{3}$

بين أن : $\frac{y}{x}\in\left[-4;-\frac{1}{2}\right]$

تمرين23: التأطير و العمليات

1. تحقق من أن: $14^2 < 200 < 15^2$
ثم استنتج أن: $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$
2. بنفس الطريقة أوجد تأطيرا للعدد $\sqrt{5}$.
3. استنتج تأطيرا للعددين $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ و $\sqrt{10}$.

تمرين24: أكتب بدون رمز القيمة المطلقة الأعداد التالية:

1) $\left|\sqrt{2}-2\right|$ 2) $\left|3-2\sqrt{3}\right|$ 3) $\left|\sqrt{5}-\sqrt{2}\right|$ 4)

$A=\left|4-2\sqrt{3}\right|-\left|5-3\sqrt{3}\right|+\left|9-5\sqrt{3}\right|$

تمرين25:

1. أحسب : $\left(3\sqrt{2}-5\right)^2$
2. قارن العددين: $3\sqrt{2}$ و 5
3. بسط : $\sqrt{43-30\sqrt{2}}$

تمرين26:

1) قارن العددين: $2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{3}$

2) أنشر $\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{7}\right)^2$

3) نضع : $A=\sqrt{55-12\sqrt{21}}$ بسط A

4) اذا علمت أن : $1,7<\sqrt{3}<1,8$ وأن : $2,6<\sqrt{7}<2,7$

اعط تقريبا للعدد A الى $0,5$ بتفريط وافراط

تمرين27: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : 1) $|x-1|=5$

2) $|x+2|=-1$ 3) $|2x+1|=|x-3|$

تمرين28: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :1) $|x-1|\le 2$

2) $|x+2|\ge 3$ 3) $|2x+1|<6$

تمرين29: الى أي مجال ينتمي العدد x في الحالات التالية:

1) $-5<x\le 3$
2) $x<7$ أو $x\ge 10$
3) $x<2$ و $x>1$
4) $|x-2|<1$
5) $|x+1|\ge 2$
6) $1<|x-1|<2$

تمرين30 : ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث: $x\ge\frac{1}{2}$ و $y\le 1$ و $x-y=3$.

1. أحسب قيمة العدد E حيث: $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$
2. بين أن: $\frac{1}{2}\le x\le 4$ و أن $-\frac{5}{2}\le y\le 1$
3. أحسب قيمة العدد F حيث: $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

تمرين31 : ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث: $a\ge -2$ و $b\le -1$ و $a-b=6$.

1) أحسب قيمة العدد A حيث: $A=\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(b+1)^2}$
2) بين أن: $a\le 5$ و أن $b\ge -8$
3) أحسب قيمة العدد F حيث: $B=|a+b-4|+|a+b+10|$

تمرين32: نعلم أن $\sqrt{7}$ = 2,6457513110 .....

1. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بتفريط.
2. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 10^{-3} بإفراط.
3. حدد قيمة مقربة للعدد $\sqrt{7}$ بالدقة 5×10^{-4} بتفريط.

تمرين33: لدينا $(\pi\simeq 3.1415926.....)$

حدد قيمة مقربة للعدد π بالدقة 10^{-2} بتفريط و بإفراط

تمرين34: أوجد التقريب العشري للعدد $\sqrt{10}$ بالدقة 10^{-3} بتفريط (استعمل المحسبة).

$\left(\sqrt{10}\simeq 3.16227766\right)$

تمرين35: حدد الجزء الصحيح للعدد $\sqrt{2}$

تمرين36: أوجد التقريب العشري للعدد $\sqrt{3}$ بالدقة 10^{-4} بتفريط (استعمل المحسبة).علما أن : $\left(\sqrt{3}\simeq 1.732050808...\right)$

تمرين37: ليكن $a\ge 1$ نضع $A=\sqrt{1+\frac{1}{a}}$

1) بين أن : $a(A+1)(A-1)=1$

2) بين أن : $2\le A+1\le 3$

واستنتج أن : $1+\frac{1}{3a}\le A\le 1+\frac{1}{2a}$

3) بين أن : $1,1$ هي قيمة مقربة للعدد $\sqrt{1,2}$ بالدقة $\frac{1}{30}$

تمارين في الترتيب للبحث

تمرين1: a و b عددان حقيقيان بحيث: $-\frac{1}{2}\prec b\prec a$

1. حدد إشارة كل من العددين $2a+1$ و $2b+1$.
2. قارن العددين: 1و $\frac{2a+1}{2b+1}$.
3. استنتج ترتيبا للأعداد:1 و $\frac{2a+1}{2b+1}$ و $\frac{2b+1}{2a+1}$.

تمرين2: التأطير و العمليات

ليكن x عنصرا من المجال $\left[\frac{1}{2},1\right[$, نضع: $A=\frac{x}{x+2}$

1. حدد تأطيرا للعدد $x+2$ ثم استنتج تأطيرا للعدد A محددا سعته.
2. تحقق من أن: $A=1-\frac{2}{x+2}$
3. حدد تأطيرا للعدد A سعته $\frac{2}{15}$.

تمرين3: تحديد قيمة مقربة لعدد

ليكن a عنصرا من المجال المغلق الذي مركزه 1 و شعاعه $\frac{1}{2}$.

1. تحقق من أن: $\frac{1}{2}\le a\le\frac{3}{2}$
2. حدد قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{a}$ بالدقة $\frac{2}{3}$.

تمرين4: ليكن a عدد حقيقي حيث : $a \geq 1$

1) بين أن $a \geq \sqrt{2a-1}$

2) نضع $A = \sqrt{a-\sqrt{2a-1}} - \sqrt{a+\sqrt{2a-1}}$

أ - حدد إشارة A

ب- احسب قيمة A في حالة a=1 ثم في حالة a=5

ج- بين أنه لكل a من المجال $[1,+\infty[$ لدينا $A^2=2$ ثم استنتج A

تمرين5: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث :

$3,13 \leq x \leq 3,17$ و $|y+1| \leq 3.10^{-2}$

1) بين أن $-1,03 \leq y \leq -0,97$

2) حدد تأطيرا للعدد $(y-3)^2$

3) أطر العدد xy

تمرين6: a و b عددان حقيقيان بحيث :

$a \prec 3$ و $b \prec \frac{1}{2}$ و $ab=1$

1) بين أن $2 \prec a \prec 3$ ثم استنتج أن : $\frac{1}{3} \prec b \prec \frac{1}{2}$

2) بين أن $\frac{3}{7} \prec \frac{1}{a-2b} \prec 1$

3) تحقق أن $\frac{5}{7}$ قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{a-2b}$ بالدقة $\frac{2}{7}$

تمرين7: نضع $A = \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}$ و $B = \sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}}$

1. حدد إشارة A
2. بين أن $A^2=2$ ثم استنتج A
3. حدد إشارة B
4. أحسب B^2 ثم استنتج B

تمرين8: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث :

$-1 < y < 0$ و $|x-2| < 1$

1. بين أن $1 \leq x \leq 3$
2. حدد تأطيرا للعدد $x+y$ و $x \times y$
3. حدد اشارة : $x+y-\sqrt{x^2+y^2}$

تمرين9: ليكن x عددا حقيقيا نضع : $A = x^2+4x$

بين أن $|A| < 8$

تمرين10: ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث :

$|x| < \frac{1}{2}$ و $|y-2| < \frac{1}{2}$ بين أن $1 \leq \frac{2y}{y-x} \leq 5$

تمرين11: ليكن a و b عنصرين من $\mathbb{R}_+^*$.

1. قارن : $\frac{5a+b}{20}$ و $\frac{ab}{5a+b}$
2. **ثم استنتج أن:** $\frac{ab}{5a+b} + \frac{bc}{5b+c} + \frac{ac}{5c+a} \leq \frac{3}{10}(a+b+c)$

تمرين12: ليكن a و b عددان حقيقيان بحيث : $a<1$ و $b<1$

1. قارن : 8 و $\frac{a^2}{a-1}$ بدراسة الفرق
2. **ثم استنتج أن:** $\frac{a^2}{a-1} + \frac{b^2}{b-1} \leq 8$

تمرين13:

1. ليكن x عنصرا من المجال $]-\infty,-2[$,
قارن : 5 و $-3x-1$ باستعمال خصائص الترتيب
2. ليكن x عنصرا من المجال $]-4,+\infty[$,
قارن : 9 و $-2x+1$ باستعمال خصائص الترتيب

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron »
dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien