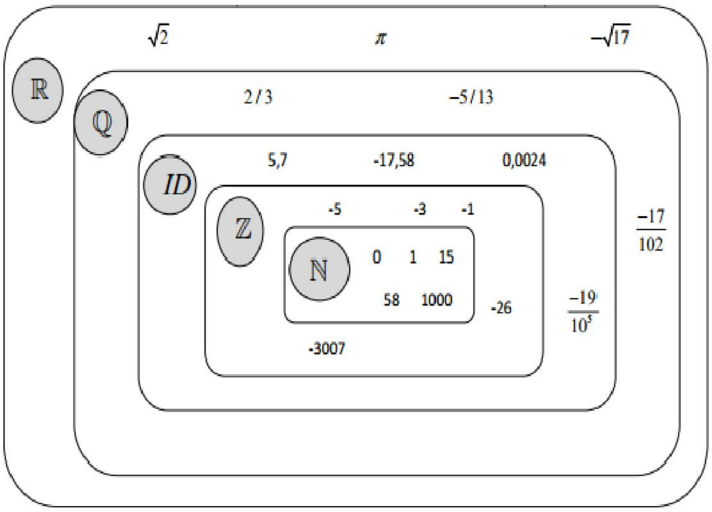
الثانوية التأهيلية: وادي الذهب الأستاذ : رشيد بلمو	مجموعات الأعداد	مستوى الدراسي: TCS - TCT عدد الساعات : 05

I. المجموعات $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, D , $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$.

- الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ و نكتب: $\mathbb{N} = \{0;1;2;\cdots\}$
- الأعداد الصحيحة النسبية أي الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة نرمز لها بالرمز
و نكتب: $\mathbb{Z} = \{\cdots -3;-2;0;1;2;3;\cdots\}$
- الأعداد العشرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\dfrac{a}{10^n}$ حيث: $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$ تكون مجموعة نرمز لها بالرمز D
و نكتب: $D = \left\{\dfrac{a}{10^n} / a \in \mathbb{Z}; n \in \mathbb{N}\right\}$
- الأعداد الجذرية أي الأعداد التي تكتب على الشكل $\dfrac{a}{b}$ حيث: $a \in \mathbb{Z}$ و $b \in \mathbb{N}^*$, تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{Q}$.
و نكتب $\mathbb{Q} = \left\{\dfrac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{N}^*\right\}$
- الأعداد الجذرية و اللاجذرية تكون مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بالرمز $\mathbb{R}$.



أمثلة : استعمال الرموز: $\in ; \notin ; \subset ; \not\subset$

العدد 7- هو عنصر من $\mathbb{Z}$ نكتب $-7 \in \mathbb{Z}$ نقرأ:" 7- ينتمي الى $\mathbb{Z}$ " في حين 7- لا ينتمي الى $\mathbb{N}$ و نكتب $-7 \notin \mathbb{N}$

- لدينا $\dfrac{2}{3} \in \mathbb{Q}$ و $\dfrac{2}{3} \notin D$ و ذلك لأنه لا يمكن كتابة $\dfrac{2}{3}$ على الشكل $\dfrac{a}{10^n}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$.
- $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ لكن $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ لأنه لا يمكن ايجاد عددين صحيحين a و b بحيث $\sqrt{2} = \dfrac{a}{b}$ و b غير منعدم.
- كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة $\mathbb{N}$ توجد ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.
- ليس كل عدد عشري هو عدد صحيح نسبي, نقول ان المجموعة D ليست ضمن $\mathbb{Z}$ و نكتب $D \not\subset \mathbb{Z}$.
- لأي هناك عناصر من D لا تنتمي الى $\mathbb{Z}$. كذلك: كل عنصر من D هو عنصر من $\mathbb{Q}$: $D \subset \mathbb{Q}$
- و كل عنصر من $\mathbb{Q}$ هو عنصر من $\mathbb{R}$: $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ لدينا اذن: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset D \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

تمرين : حدد طبيعة كل عدد من الأعداد التالية: $3 + \sqrt{2}$, $\dfrac{6}{5}$, $-\dfrac{\sqrt{100}}{5}$

II. العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ (تذكير)

1- الجمع في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

$a+b=b+a$ و $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$ و $a+0=0+a=a$ و $(-a)+a=a+(-a)=0$

2- الفرق في $\mathbb{R}$: $-a$ يسمى مقابل a و لدينا $a-b=a+(-b)$ و $-(a-b)=-a+b$

انتبه: إذا كان $\begin{cases} a=b \\ c=d \end{cases}$ فان: $a+c=b+d$ و العكس غير صحيح: مثال مضاد: $5+7=9+3$ لكن $7 \neq 3$ و $5 \neq 3$.

3- الضرب في $\mathbb{R}$: a و b و c أعداد حقيقية

$a \times b = b \times a = ab = ba$ و $a(bc)=(ab)c=(ac)b=abc$ و $a \neq 0; a \times \dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{a} \times a = \dfrac{a}{a} = 1$

4- العمليات على الكسور: a و b و c و d أعداد حقيقية بحيث $bd \neq 0$

$\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{b}=\dfrac{a+c}{b}$ و $\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}=\dfrac{ad+bc}{bd}$ و $\dfrac{a}{b}-\dfrac{c}{d}=\dfrac{ad-bc}{bd}$ و $\dfrac{a}{b}\times\dfrac{c}{d}=\dfrac{ac}{bd}$ و $\dfrac{\frac{a}{b}}{c}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{1}{c}=\dfrac{a}{bc}; \begin{cases} c\neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

$k \times \dfrac{a}{b} = \dfrac{ak}{b}$ و $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{ad}{bc}$ و $\dfrac{a}{\frac{b}{c}} = a \times \dfrac{c}{b} = \dfrac{ac}{b}; bc \neq 0$

** $\dfrac{1}{a}$ يسمى مقلوب العدد a حيث $a \neq 0$ و يجب عدم الخلط بين المقلوب و المقابل.

** العدد $\dfrac{a}{b}$ حيث $a \in \mathbb{R}$ و $b \in \mathbb{R}^*$ يسمى خارج العدد a على b. $\dfrac{a}{b} = a \times \dfrac{1}{b}$

انتبه: إذا كان: $\begin{cases} a=b \\ c=d \end{cases}$ فان: $ac=bd$

العكس غير صحيح: مثال مضاد: $6 \times 2 = 4 \times 3$ لكن $2 \neq 3$ و $6 \neq 4$.

a و b و c و d أعداد حقيقية حيث $bd \neq 0$ (تعني $b \neq 0$ و $d \neq 0$). $\dfrac{a}{b} = c$ يكافئ $a = bc$

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ يكافئ $ad = bc$ و $\dfrac{a}{b} = 1$ يكافئ $a = b$ و $\dfrac{a}{b} = 0$ يكافئ $a = 0$

انتبه:

إذا كان $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ فهذا لا يعني أن $a=c$ و $b=d$.

مثال مضاد: $\frac{4}{3}=\frac{8}{6}$ لكن $8\neq 4$ و $6\neq 3$.

**** تمرين تطبيقي : (04 - س)**

III. الجذور المربعة:

تعريف: ليكن x عددا حقيقيا موجبا. نسمي جذر مربع x، العدد الحقيقي الموجب y.
بحيث $y^2=x$. و نكتب $\sqrt{x}=y$. و لدينا $\sqrt{x}=y$ يكافئ $x=y^2$ و $y\geq 0$.

أمثلة: $\sqrt{9}=3;\sqrt{(-7)^2}=7;\sqrt{(ab)^2}=ab$ اذا كان $ab\succ 0$

خاصية: لكل a و b من $\mathbb{R}^+$ لدينا:

$$\left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n};n\in\mathbb{N}^* \text{ و } \left(\sqrt{a}\right)^2=\sqrt{a^2}=a \text{ و } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}};b\succ 0 \text{ و } \sqrt{\frac{1}{a}}=\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a};a\succ 0 \text{ و } \sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$$

اذا كان $x\geq 0$ و $y\geq 0$ فان $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ يكافئ $x=y$. و لدينا $\sqrt{x}=0$ اذا و فقط اذا كان $x=0$.

انتبه: $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{x^2+y^2}\neq x+y$

مثال مضاد: $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ و $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$ إذن $\sqrt{9+16}\neq\sqrt{9}+\sqrt{16}$

خاصية: لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $\sqrt{x^2}=|x|$
$|x|$ تقرأ القيمة المطلقة للعدد الحقيقي x و لدينا : $|x|=x$ اذا كان x موجبا و $|x|=-x$ اذا كان x سالبا

مثال : $|5|=5$ و $|-7|=-(-7)=7$

**** تمرين تطبيقي : (05 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (06 - س)**

IV. القوى و قوى العدد 10 و الكتابة العلمية:

تعريف: ليكن a عددا حقيقيا غير منعدم و $n\in\mathbb{N}$.

$a^1=a;a^0=1$ و لدينا : $a^n=\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{\text{مرة}\ n\ \text{العدد}}$ و $a^{-n}=\frac{1}{a^n}=\left(\frac{1}{a}\right)^n=\underbrace{\frac{1}{a}\times\frac{1}{a}\times\cdots\times\frac{1}{a}}_{n\ \text{من العوامل}}$

V. العمليات على القوى:

خاصيات : لكل a و b من $\mathbb{R}^*$ و لكل m و n من $\mathbb{N}$ لدينا: $a^n\times b^n=(ab)^n$ و $a^n\times a^m=a^{n+m}$ و $\left(a^n\right)^m=a^{nm}=\left(a^m\right)^n$

$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$ و $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}=\frac{1}{a^{m-n}}$

حالة خاصة: قوى العدد 10: $10^1=10$ و $10^0=1$ و $10^{-2}=0,01$ و $10^{-1}=0,1$ و $10^n=\underbrace{1000\cdots0}_{n};n\in\mathbb{N}$

$10^{-n}=\underbrace{0,000\cdots01}_{n};n\in\mathbb{N}$

**** تمرين تطبيقي : (07 - س)**

**** الكتابة العلمية:** كل عدد عشري x موجب يكتب على الشكل $x=a\times 10^p$ حيث p ينتمي الى $\mathbb{Z}$ و a عدد عشري بحيث $1\leq a\prec 10$.
هذه الكتابة تسمى الكتابة العلمية.

ملحوظة: اذا كان x عددا سالبا فان كتابته العلمية هي $x=-a\times 10^p$

**** تمرين تطبيقي : (11 - س)**

VI. متطابقات هامة النشر_ و التعمل القوى:

لكل a و b من $\mathbb{R}$ لدينا: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ و $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ و $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ و $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab-b^2)$

اذا كان a و b و k أعداد حقيقية فان $k(a+b)=ka+kb$ و $k(a-b)=ka-kb$ و $(a+b)(c-d)=ac-ad+bc-bd$

ملحوظة: ننشر $(a+b)(a+b)^2$ و $(a-b)(a-b)^2$ و نحصل على المتطابقتين الهامتين التاليتين:

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ و $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

مثال: أحسب: $A=(200520052006)^2-(200520052005\times 200520052007)$

**** تمرين تطبيقي : (12 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (13 - س)**