

المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى
و النظمات
حلول مقترحة

الجذع المشترك العلمي
و التكنولوجي

سلسلة 1

تمرين 1 :

$$\frac{x-1}{2} - \frac{2x-3}{4} = 3$$

$$\frac{2(x-1)}{4} - \frac{(2x-3)}{4} = \frac{12}{4}$$

$$2(x-1) - (2x-3) = 12$$

$$2x-2-2x+3=12$$

$$1=12$$

لدينا : $2(x-1) - (2x-3) = 12$ بالتالي: $S = \phi$

$$2-x = -7x+14$$

$$-x+7x = -2+14$$

$$6x = 12$$

$$x = \frac{12}{6}$$

$$x = 2$$

لدينا : $6x = 12$ بالتالي: $S = \{2\}$

$$|x-3| = 4$$

لدينا : $|x-3| = 4$
منه: $x-3 = -4$ أو $x-3 = 4$
منه: $x = -4+3$ أو $x = 4+3$
منه: $x = -1$ أو $x = 7$
بالتالي: $S = \{7, -1\}$

$$S = \left\{ \frac{2-5\sqrt{2}}{2} \right\}$$

بالتالي:

$$\sqrt{2}x+5 = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}x = \sqrt{2}-5$$

$$x = \frac{\sqrt{2}-5}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{2-5\sqrt{2}}{2}$$

$$x(x-2)+3(x-2)=0$$

لدينا : $x(x-2)+3(x-2)=0$
منه: $(x-2)(x+3)=0$
منه: $x-2=0$ أو $x+3=0$
منه: $x=2$ أو $x=-3$
بالتالي: $S = \{2, -3\}$

$$|x+3| = |2x-1|$$

لدينا : $|x+3| = |2x-1|$
منه: $x+3 = -(2x-1)$ أو $x+3 = 2x-1$
منه: $x+3 = -2x+1$ أو $x-2x = -1-3$
منه: $-x = -4$ أو $x+2x = 1-3$
منه: $x = 4$ أو $3x = -2$
منه: $x = 4$ أو $x = \frac{-2}{3}$
بالتالي: $S = \left\{ 4, \frac{-2}{3} \right\}$

$$\sqrt{x^2+7} = 4$$

لدينا : $\sqrt{x^2+7} = 4$
 $x^2+7 = 16$
منه: $x^2 = 16-7$
 $x^2 = 9$
منه: $x = 3$ أو $x = -3$
بالتالي: $S = \{3, -3\}$

$$x^3 - 8 + 2x(x-2) = 0$$

$$x^3 - 2^2 + 2x(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^2 + 2x + 2^2) + 2x(x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^2 + 2x + 4 + 2x) = 0$$

$$(x-2)(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$(x-2)(x+2)^2 = 0$$

منه: $x-2=0$ أو $x+2=0$
منه: $x=2$ أو $x=-2$
بالتالي: $S = \{2, -2\}$

نذكر بالقواعد: $|x| = r$ تعني: $x = r$ أو $x = -r$ (حيث $r > 0$) و $|x| = |y|$ تعني: $x = y$ أو $x = -y$

و $x^2 = r$ تعني: $x = \sqrt{r}$ أو $x = -\sqrt{r}$ (حيث $r > 0$) و $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

تمرين 2: حل في IR المتراجحات و النظمات التالية:

لدينا : $5x-1 \leq 3x+11$ منه : $5x-3x \leq 1+11$ منه : $2x \leq 12$ منه : $x \leq \frac{12}{2}$ منه : $x \leq 6$ بالتالي: $S =]-\infty, 6]$

لدينا : $-2x+1 \geq x-3$ منه : $-2x-x \geq -3-1$ منه : $-3x \geq -4$ منه : $3x \leq 4$ منه : $x \leq \frac{4}{3}$ بالتالي : $S =]-\infty, \frac{4}{3}]$

لدينا : $\sqrt{2}x-5 < \sqrt{3}x-4$ منه : $\sqrt{2}x-\sqrt{3}x < -4+5$ منه : $(\sqrt{2}-\sqrt{3})x < 1$ منه : $(\sqrt{3}+\sqrt{2})x > -1$

منه : $x > \frac{-1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ منه : $x > \frac{-1(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2}$ أي : $x > -(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ بالتالي : $S =]-(\sqrt{3}+\sqrt{2}), +\infty[$

🌟 لاحظ أن $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ عدد سالب و مقابله هو $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

لدينا : $|x-1| \leq \frac{1}{2}$ منه : $-\frac{1}{2} \leq x-1 \leq \frac{1}{2}$ منه : $-\frac{1}{2}+1 \leq x \leq \frac{1}{2}+1$ منه : $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ بالتالي : $S = [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

لدينا : $|2x-3| \geq 1$ منه : $(2x-3 \geq 1$ أو $2x-3 \leq -1$) منه : $(x \geq 2$ أو $x \leq 1)$

بالتالي : $S =]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[$

لدينا : $\begin{cases} 2x-3 > 2-3x \\ 5x-3 \leq x+9 \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} 5x > 5 \\ 4x \leq 12 \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} x > 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$ يعني : $1 < x \leq 3$ بالتالي : $S =]1; 3]$

لدينا : $\begin{cases} \frac{x-3}{2} \leq 1 \\ x-6 \leq 2(x-3) \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} x-3 \leq 2 \\ x-6 \leq 2x-6 \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} x \leq 5 \\ -x \leq 0 \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ يعني : $0 \leq x \leq 5$

بالتالي : $S = [0; 5]$

لدينا : $\begin{cases} x \leq 8-3x \\ 2x > x+7 \end{cases}$ يعني : $\begin{cases} x \leq 2 \\ x > 7 \end{cases}$ يعني : $7 < x \leq 2$ وهذا غير ممكن بالتالي : $S = \phi$

تمرين 3 :

لنحل في IR المتراجحة : $(2x-3)(4-x) \geq 0$

لدينا : $2x-3=0$ تعني : $x=\frac{3}{2}$ و $4-x=0$ تعني : $x=4$

منه جدول إشارات الحدودية : $(2x-3)(4-x)$ هو :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	4	$+\infty$
$2x-3$	-	0	+	+
$4-x$	+	+	0	-
$(2x-3)(4-x)$	-	0	+	-

وبالتالي حل المتراجحة : $(2x-3)(4-x) \geq 0$ هو : $S = [\frac{3}{2}; 4]$

🌟 للتذكير ، لتحديد إشارة حدانية : $ax+b$ ، نبعث أولاً عن جذورها أي نحل المعادلة : $ax+b=0$ ، فتكون لها نفس إشارة a يمين الجذر وعكس إشارة a يساره.

🌟 لاحظ أن : $4-x = -x+4$ أي أن : $a = -1 < 0$

لنحل في IR المتراجحة : $(5x-1)(3x+6) > 0$

لدينا : $5x-1=0$ تعني : $x=\frac{1}{5}$ و $3x+6=0$ تعني : $x=-2$ ، منه جدول إشارات الحدودية : $(5x-1)(3x+6)$ هو :

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{5}$	$+\infty$
$5x-1$	-		0	+
$3x+6$	-	0	+	+
$(5x-1)(3x+6)$	+	0	-	0

وبالتالي حل المتراجحة: $(5x-1)(3x+6) > 0$ هو: $S =]-\infty; -2[\cup]\frac{1}{5}; +\infty[$

لنحل في IR المتراجحة: $4x^2 - 9 < 0$ أي $(2x+3)(2x-3) < 0$

لدينا: $2x+3=0$ تعني: $x = -\frac{3}{2}$ و $2x-3=0$ تعني: $x = \frac{3}{2}$ ، منه جدول إشارات الحدودية: $(2x+3)(2x-3)$ هو:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x-3$	-		0	+
$2x+3$	-	0	+	+
$4x^2-9$	+	0	-	0

وبالتالي حل المتراجحة: $4x^2 - 9 < 0$ هو: $S =]-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}[$

لنحل في IR المتراجحة: $(2x+1)^2 \leq (x+3)^2$

لدينا: $(2x+1)^2 \leq (x+3)^2$ تعني: $(2x+1)^2 - (x+3)^2 \leq 0$ تعني: $[(2x+1)-(x+3)][(2x+1)+(x+3)] \leq 0$

تعني: $(x-2)(3x+4) \leq 0$ ، ولدينا: $x-2=0$ تعني: $x=2$ و $3x+4=0$ تعني: $x = -\frac{4}{3}$

منه جدول إشارات الحدودية: $(x-2)(3x+4) \leq 0$ هو:

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	2	$+\infty$
$x-2$	-		0	+
$3x+4$	-	0	+	+
$(x-2)(3x+4)$	+	0	-	0

وبالتالي حل المتراجحة: $(2x+1)^2 \leq (x+3)^2$ هو: $S = \left[-\frac{4}{3}; 2\right]$

إيجاد الجدول لا يعني نهاية الحل، بل يجب الرجوع للمتراجحة لتحديد المجال المناسب، فالكاتب ≤ 0 ... تعني البحث عن المجال الذي تكون فيه الحدودية سالبة و الحالة الأخرى عندما تكون موجبة.

يمكنك البدء في الجدول بأي حدانية من حدانتي الجداء

لحل متراجحة ليست من الدرجة الأولى يجب دائما جعل إحدى الطرفين منعدما وتعميل الطرف الآخر مثل المتراجحة أعلاه.

تمرين 4:

لنحل في IR² المعادلة: $5x+y=3$ 1

لدينا: $5x + y = 3$ تعني: $y = -5x + 3$ بالتالي: $S = \{x \in \mathbb{R} / y = -5x + 3\}$

لنحل في \mathbb{R}^2 المعادلة: $x + 7y - 16 = 0$

لدينا: $x + 7y - 16 = 0$ تعني: $x = -7y + 16$ بالتالي: $S = \{x \in \mathbb{R} / x = -7y + 16\}$

لنحل في \mathbb{R}^2 المعادلة: $-5x + \sqrt{8}y + 2 = 0$

لدينا: $-5x + \sqrt{8}y + 2 = 0$ تعني: $-5x = -\sqrt{8}y - 2$ تعني: $x = \frac{\sqrt{8}}{5}y + \frac{2}{5}$

بالتالي: $S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x = \frac{\sqrt{8}}{5}y + \frac{2}{5} \right\}$

2 إيجاد الحلول لمثل هذه المعادلات يعني لإيجاد أحد المجهولين بدلالة الآخر، ويمكنك الاختيار، لكن يستحسن اختيار الحالة التي نتجنب من خلالها الكسور مثل المثالين الأولين، أما المثال الثالث فحاولنا اختيار الحالة التي لا يكون فيها الجذر المربع في المقام
الحلول هي عبارة عن مجموعة أزواج غير منتهية، لذلك يتم التعبير عنها باستعمال الكتابة بإدراك وليس بتفصيل.

تمرين 5: - مزيداً من التفكير -

($|x+2| \geq 3$ و $|x+2| \leq 4$) تعني: $3 \leq |x+2| \leq 4$

تعني: ($-4 \leq x+2 \leq 4$ و $(x+2 \leq -3$ أو $x+2 \geq 3)$)

تعني: ($-6 \leq x \leq 2$ و $(x \leq -5$ أو $x \geq 1)$)

تعني: $x \in [-6; 2] \cap (]-\infty; -5] \cup [1; +\infty[)$

تعني: $x \in [-6; -5] \cup [1; 2]$

بالتالي: $S = [-6; -5] \cup [1; 2]$

أثناء الانتقال لتحديد مجال: "الواو" تصبح تقاطعا و "أو" تصبح اتحادا