

الحساب المتجهي

التمرين 1: مثلث ABC

(1) أنشئ I حيث: $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$

(2) أنشئ J حيث: $\overrightarrow{AJ} = -2\overrightarrow{AC}$

(3) أنشئ F حيث: $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

(4) أنشئ K حيث: $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ}$

(5) أنشئ L حيث: $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

التمرين 2:

ABC مثلث و I و J و K ثلاث نقط بحيث $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

بين أن : النقط I و J و K مستقيمية .

التمرين 3:

بسط الكتابات التالية:

(1) $\vec{u} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CB}$

(2) $\vec{v} = \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED}$

(3) $\vec{w} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$

التمرين 4:

لتكن A و B و M و I أربع نقط بحيث: $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})$

بين أن: I منتصف القطعة [AB].

التمرين 5:

لتكن A و B و C ثلاث نقط مختلفة و غير مستقيمية، و I و J منتصفي القطعتين [AB] و [BC] على التوالي:

(1) بين أن: $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

(2) بين أن: $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AC}$

(3) أنشئ النقطة M حيث: $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

(4) بين أن النقط I و J و M نقط مستقيمية.

التمرين 6:

ABC مثلث و D و E و F نقط بحيث: $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$

(1) أنشئ الشكل.

(2) بين أن: $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$

(3) بين أن: $\overrightarrow{FB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

(4) أثبت أن النقط A و F و C مستقيمية.

(5) استنتج أن المستقيمين (AC) و (BE) يتقاطعان في النقطة F

التمرين 7:

ABC مثلث، و M و N و P هي على التوالي منتصفات [BC] و [AC] و [AB]: بين أن: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$

التمرين 8:

ABC مثلث، و I و J و K ثلاث نقط بحيث: $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AK} = a\overrightarrow{AB}$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$

حدد a إذا علمت أن النقط I و J و K مستقيمية.

التمرين 9:

ABC مثلث،

(1) حدد المتجهة \overrightarrow{AB} بدلالة المتجهتين \overrightarrow{CB} و \overrightarrow{CA} .

(2) لتكن M نقطة حيث $\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MB}$ ، أكتب \overrightarrow{AM} بدلالة المتجهتين \overrightarrow{CB} و \overrightarrow{CA} .

(3) هل النقط A و M و B مستقيمية؟ علل جوابك؟

التمرين 10:

ABC مثلث، و M و N نقطتان تحققان: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{NA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{NC}$

(1) بين أن \overrightarrow{BN} و \overrightarrow{MC} مستقيمان.

(2) لتكن I منتصف القطعة [BN]، انشئ النقطة D بحيث $\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{DI} = \vec{0}$ ، ثم بين أن الرباعي BCND متوازي الأضلاع.

التمرين 11:

ABC مثلث، B' و C' نقط بحيث $\overrightarrow{AB'} = k\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC'} = (1-k)\overrightarrow{AC}$ (k ∈ ℝ)، I منتصف [B'C'].

(1) بين أن: $\overrightarrow{AI} = \frac{1-k}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{k}{2}\overrightarrow{AB}$.

(2) نعتبر النقطة A' بحيث I منتصف [AA']، بين أن: $\overrightarrow{BA'} = (1-k)\overrightarrow{BC}$.

(3) بين أن: $\overrightarrow{IA} + k\overrightarrow{IB} + (1-k)\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

التمرين 12:

(مستقيم Euler)

ليكن ABC مثلثا و O مركز دائرته المحيطة و H هي النقطة بحيث: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$.

(1) نعتبر النقطة P بحيث: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

(a) ما هي طبيعة الرباعي OAPB؟

(b) ما هي طبيعة الرباعي OPHC؟

(c) استنتج أن ارتفاع (CH) ارتفاع للمثلث ABC.

(2) بين بالمثل أن المستقيم (BH) ارتفاع للمثلث ABC، ثم استنتج ما تمثله النقطة H بالنسبة للمثلث ABC.

(3) لتكن G مركز ثقل المثلث ABC، بين أن النقط O و H و G مستقيمية.

ملاحظة: G مركز ثقل المثلث ABC يعني أن: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

(4) حدد العدد الحقيقي k بحيث: $\overrightarrow{OH} = k\overrightarrow{OG}$.

التمرين 13:

ABCD متوازي أضلاع مركزه G.

(1) لتكن E منتصف [AB] و F منتصف [BC]، بين أن: $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CE} = \vec{0}$

(2) نعتبر النقط H و K و I بحيث:

i. $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{CE}$

ii. K منتصف [GH].

iii. I منتصف [AD].

(a) بين أن A هي منتصف [HE].

(b) ما هي طبيعة الرباعي AGIH؟

(c) بين أن: $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

(3)

(a) بين أن $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

(b) حدد النقطة M بحيث تكون المتجهة $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ مستقيمية مع \overrightarrow{CE} .

(4) لتكن L النقطة بحيث: $\overrightarrow{AL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و لتكن N نقطة تقاطع [DL] و [AC]، بين أن: $3\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$.