أكاديمية الجهة الشرقية

سلسلة تمارين:الحساب المتجهي
المستوى : الجذع مشترك علمي و الجذع مشترك تكنولوجي

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1 :تمرين 1: نعتبر المتجهتين $\vec{U}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AB}$ و $\vec{V}=\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{FA}$

بسط المتجهتين $\vec{U}$ و $\vec{V}$

تمرين 2: لتكن A و B و C و D أربع نقط من المستوى

بين أن : $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

تمرين 3: لتكن A و B و C و D أربع نقط من المستوى

1) أنشئ النقط M و N بحيث: $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

2) قارن المتجهتين : $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{MN}$

تمرين4: ABC مثلث و M نقطة من المستوى

نعتبر النقط D و E بحيث: $\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{ME}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{CA}$

ماهي طبيعة الرباعيين $ABCD$ و $ACBE$ ؟

تمرين 5:ليكن ABC مثلث و لتكن E منتصف القطعة $[BC]$

و M نقطة من المستوى حيث: $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CE}$

1)أرسم شكلا. 2)بين أن: $ACEM$ متوازي الأضلاع

3)بين أن: $AEBM$ متوازي الأضلاع

تمرين 6: لتكن A و B وC نقط من المستوى غير مستقيمية

ونعتبر النقط : M و N و P و Q من المستوى بحيث :

$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AN}=-2\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AP}$

و $\overrightarrow{AQ}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AP}$

1)أرسم شكلا.

2) استنتج : $2\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AP}$ و أن : $B=Q$

تمرين 7: A و B نقطتان من المستوى بحيث : $AB=1cm$

1) أرسم النقطتين C و D بحيث : $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{AB}$

2)أحسب المسافتين : AC و AD

تمرين8 : لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية.

أنشئ النقطة D بحيث $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

تمرين9 : ABC مثلث و نضع : : $\overrightarrow{AB}=\vec{i}$ و $\overrightarrow{AC}=\vec{j}$

أنشئ المتجهات التالية : $3\vec{i}$ و $-2\vec{j}$ و $3\vec{i}-2\vec{j}$

تمرين10 : $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتان.

نضع: $\vec{w}=\frac{3}{5}\left(5\vec{u}-\frac{7}{2}\vec{v}\right)-6\left(\vec{u}+\frac{1}{10}\vec{v}\right)$

أوجد عددين حقيقيين x و y بحيث: $\vec{w}=x\vec{u}+y\vec{v}$.

تمرين11 : $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتان.

نضع $\overrightarrow{W_1}=2\left(\vec{u}+\vec{v}\right)-4\left(\frac{1}{2}\vec{u}-\vec{v}\right)$

$\overrightarrow{W_2}=\frac{1}{3}\left(3\vec{u}-9\vec{v}\right)+\frac{1}{2}\left(2\vec{u}+6\vec{v}\right)-2\vec{u}$

بسط $\overrightarrow{W_1}$ و $\overrightarrow{W_2}$

تمرين12 : $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{i}$ و $\vec{j}$ متجهات بحيث : $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}$

و $\vec{u}=2\vec{i}+3\left(\vec{i}+2\vec{j}\right)-4\left(2\vec{i}+\vec{j}\right)$

1)بسط $\vec{u}$

2)أكتب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بدلالة $\vec{u}$ و $\vec{v}$

تمرين13:ليكن ABC مثلثا. ولتكن النقطة D حيث $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$.

1. بين أن: $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{BC}$ مستقيمتين

2. أنشئ النقطة D

تمرين14: نعتبر النقط A و B و M بحيث: $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

1. بين أن: $\overrightarrow{AM}=\frac{6}{5}\overrightarrow{AB}$

2. ماذا تستنتج بالنسبة للمتجهتين $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{AB}$ ؟

3. استنتج أن النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB).

تمرين15 : ABC مثلث و E و F نقطتين بحيث : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CB}$ و $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$:

1) أنشئ شكلا تقريبيا

2) بين أن B منتصف القطعة $[EF]$.

تمرين16 :ليكن ABC مثلثا. إذا كان I منتصف القطعة $[AB]$ و J منتصف القطعة $[AC]$ فان: $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

تمرين17 : ABC مثلث و E و F نقطتان حيث:

$\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AF}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$.

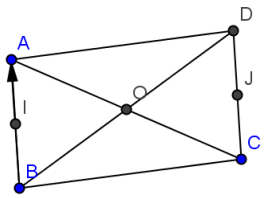
1) أنشئ الشكل.

2) أكتب كلا من المتجهتين $\overrightarrow{EC}$ و $\overrightarrow{BF}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

3) استنتج أن المستقيمين (BF)و (EC) متوازيان.

تمرين18:ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O.

I و J هما على التوالي منتصفي القطعتين $[AB]$ و $[CD]$.



1) بين أن: $\overrightarrow{OJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{OI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

2) استنتج أن O هو منتصف القطعة $[IJ]$.

تمرين 19: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان حيث: $\overrightarrow{DE}=\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{CF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$

1) بين أن: $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$

2) بين أن: $2\overrightarrow{BE}+3\overrightarrow{BF}=\vec{0}$

ماذا تستنتج بالنسبة للنقط F و B و E ؟

تمرين 20: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان حيث: $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AF}=4\overrightarrow{AD}$

1) أنشئ الشكل.

2) بين أن: $\overrightarrow{EF}=4\overrightarrow{EC}$

ماذا تستنتج بالنسبة للنقط F و C و E ؟

تمرين 21: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان حيث: $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BE}$

1) أنشئ الشكل.

2) بين أن: النقط F و C و A مستقيمية

تمرين 22: ليكن ABC مثلثا

1) أنشئ النقطة D بحيث: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$

2) أنشئ النقطة E بحيث: $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

3) بين أن: A هو منتصف القطعة $[CE]$.

تمرين 23: لتكن O و A و B نقطا من المستوى و لتكن M و N و P نقطا من المستوى بحيث:

$\overrightarrow{OM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{ON}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OA}$

و $\overrightarrow{OP}=\frac{4}{3}\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$

1) أنشئ الشكل. 2) بين أن: النقط B و M و N مستقيمية

3) بين أن الرباعي $OMNP$ متوازي الأضلاع

تمارين أخرى للبحث والتثبيت

تمرين 1 : ليكن ABC مثلثا و M و N و P ثلاث نقط بحيث: $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

1) دون إنشاء الشكل, بين أن: $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MP}=-2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AP}$.

2) بين أن M منتصف القطعة $[NP]$.

تمرين 2: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و O نقطة من المستوى ونعتبر النقط : P و Q و R بحيث: $\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{PQ}=3\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{OR}=3\overrightarrow{OB}$ و لتكن النقطة I بحيث $RPQI$ متوازي أضلاع

1) بين أن النقط : O و D و R مستقيمية

2) بين أن المستقيمين (PR) و (AB) متوازيان.

3) بين أن النقط : O و C و I مستقيمية

تمرين 3: ABC مثلث و A' منتصف القطعة $[BC]$.

و لتكن B' منتصف القطعة $[AC]$ و لتكن النقطة G بحيث $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$ ونضع : $\overrightarrow{AB}=\vec{i}$ و $\overrightarrow{AC}=\vec{j}$

1) عبر عن المتجهة $\overrightarrow{AA'}$ ثم المتجهة $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$

2) عبر عن المتجهتين $\overrightarrow{BG}$ و $\overrightarrow{BB'}$ بدلالة $\vec{i}$ و $\vec{j}$

3) استنتج أن المتجهتين $\overrightarrow{BG}$ و $\overrightarrow{BB'}$ مستقيميتان وماذا تستنتج بالنسبة للنقط : B و B' و G ؟

تمرين 4: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان حيث: $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) أرسم شكلا.

2) بين أن: $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$

3) بين أن: للنقط F و C و E مستقيمية

4) ولتكن I منتصف القطعة $[DF]$ والنقطة J بحيث : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BJ}$

بين أن: C منتصف القطعة $[IJ]$

تمرين 5: ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و G و H نقطتان حيث: $\overrightarrow{CG}=\frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{AH}=\frac{5}{4}\overrightarrow{AG}$

1) بين أن: $\overrightarrow{HG}=\frac{1}{5}\overrightarrow{HA}$ و $\overrightarrow{HC}=\frac{1}{5}\overrightarrow{HB}$

2) بين أن: $2\overrightarrow{BE}+3\overrightarrow{BF}=\vec{0}$

بين أن النقط B و C و H مستقيمية

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
que l'on devient un mathématicien