

تمارين حول التوازي في الفضاء

تمرين 1

مكعب $ABCDEFGH$
حدد تقاطع (ACG) و (BDG)

تمرين 2

نعتبر (D) و (D') مستقيمين غير مستويين في الفضاء. لتكن A و B نقطتين مختلفتين من (D) و لتكن A' و B' نقطتين مختلفتين من (D')
أثبت أن (AA') و (BB') غير مستويين.

تمرين 3

نعتبر (D) و (D') مستقيمين غير مستويين في الفضاء. لتكن A نقطة من (D) و لتكن A' نقطة من (D')
 (P) المستوى المحدد بالمستقيم (D) و النقطة A'
 (P') المستوى المحدد بالمستقيم (D') و النقطة A
حدد تقاطع (P) و (P')

تمرين 4

$ABCD$ رباعي الأوجه و P و Q و R نقط من $[AB]$
و $[AC]$ و $[AD]$ حيث (PR) يقطع (BD) في J و (PQ) يقطع (BC) في K و (QR) يقطع (CD) في I
أثبت أن J و K و I مستقيمة

تمرين 5

نعتبر (P) مستوى و (D) مستقيما يخرقه في I ، لتكن A و B نقطتين مختلفتين من (D) و M نقطة من الفضاء لا تنتمي إلى (D) .
المستقيمان (MA) و (MB) يخرقان (P) في A' و B' على التوالي.
بين أن A' و B' و I مستقيمة

تمرين 6

ليكن $ABCDE$ هرمًا قاعدته متوازي أضلاع لتكن B' و C' منتصف $[AB]$ و $[AC]$ على التوالي.
أنشئ الشكل
1- أثبت أن $(DE) \parallel (B'C')$
2- ليكن (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (ADE)
بين أن $(\Delta) \parallel (B'C')$

تمرين 7

ليكن (P) و (P') مستويين متقاطعين وفق مستقيم (Δ) . نعتبر B و D من (Δ) ، ليكن $ABDC$ متوازي الأضلاع ضمن (P) و $EBDF$ متوازي الأضلاع ضمن (P')
بين أن $(EF) \parallel (AC)$ و $(CF) \parallel (AE)$

تمرين 8

ليكن $ABCDEFGH$ مكعبًا. I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[EF]$ و $[HG]$ على التوالي
أثبت أن (HI) يوازي المستوى (JKC)

تمرين 9

ليكن (P) و (Q) مستويين متوازيين قطعًا. نعتبر $A \in (P)$
و BCD مثلث ضمن (Q) . لتكن I و J و K منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[AD]$ على التوالي. المستقيم (CK) يخرق المستوى (P) في R .
1- أنشئ الشكل
2- أثبت أن المستوى (IJK) يوازي (P)

3- أثبت أن $(CD) \parallel (AR)$

تمرين 10

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي المستطيلات و I منتصف $[GH]$

1- لتكن $(EI) \cap (FH) = \{M\}$

بين أن المستويين (AEI) و (AFH) يتقاطعان وفق (AM)

2- أ- بين أن النقط E و F و D و C مستوائيه

ب- بين أن $(CF) \parallel (DE)$

3- بين أن $(CFH) \parallel (BDE)$

4- بين أن (CI) يخترق المستوى (ADH)

تمرين 11

نعتبر في الفضاء متوازي أضلاع $ABCD$ مركزه I ضمن مستوى (P) و لتكن S نقطة لا تنتمي إلى (P)

و S' نقطة حيث I منتصف $[SS']$

1- بين أن $(CD) \parallel (SAB)$

2- ما هي طبيعة الرباعي $DSBS'$

3- بين أن $(S'CD) \parallel (SAB)$

4- حدد تقاطع $(SS'D)$ و (SBC)

تمرين 12

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و O نقطة خارج المستوى (ABC) .

حدد (Δ_1) تقاطع المستويين (OAB) و (OCD)

حدد (Δ_2) تقاطع المستويين (OAD) و (OBC)

أثبت أن (Δ_1) و (Δ_2) يتقاطعان ويحددان مستوى يوازي (ABC)

تمارين حول التعامد في الفضاء

تمرين 1

لتكن (C) دائرة ضمن مستوى (P) مركزها O . ليكن $[AB]$ قطرا في (C) و C نقطة من (C) حيث $(AB) \perp (OC)$ و N و M في (C) يقطع (C) في N و M .

لتكن D نقطة من المستقيم (Δ) العمودي على (P) في النقطة C

أثبت أن $(OD) \perp (MN)$; $(DA) \perp (CB)$

تمرين 2

نعتبر $ABCD$ رباعي الأوجه بحيث $AB = BC$ و $AD = DC$. لتكن I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$

1- بين أن $(IJ) \parallel (BCD)$

2- حدد تقاطع (BCD) و (IJD)

3- أ- أثبت أن $(AC) \perp (BJD)$

ب- استنتج أن $(AC) \perp (BD)$

تمرين 3

مكعب $ABCDEFGH$

أثبت أن $(HEB) \perp (AGF)$

تمرين 4

لتكن (C) دائرة ضمن مستوى (P) و $[AB]$ أحد أقطارها و C نقطة من (C) مخالفة لـ A و B

ليكن (Δ) العمودي على (P) في E .

أثبت أن المستوى المحدد بـ A و المستقيم (Δ) عمودي على المستوى المحدد بـ B و المستقيم (Δ) .

تمرين 5

- ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين في A ضمن مستوى (P) و I منتصف $[BC]$. لتكن S نقطة من المستقيم العمودي على (P) في A حيث $S \neq A$
- 1- أثبت أن $(SAI) \perp (SCI)$
 - 2- ليكن H المسقط العمودي لـ A على (SI) أثبت أن $(AH) \perp (SC)$

تمرين 6

- في الفضاء نعتبر ABC مثلثا قائم الزاوية في A ضمن مستوى (P) . لتكن D مائلة B بالنسبة لـ A ، و S نقطة خارج (P) حيث $SB = SD$. لتكن I و J منتصفي $[SD]$ و $[DC]$ على التوالي
- 1- بين أن $(AB) \perp (SAC)$ استنتج أن $(P) \perp (SAC)$
 - 2- بين أن $(AB) \perp (IJ)$

تمرين 7

- ليكن $ABCD$ و $ABEF$ مربعان بحيث $(AD) \perp (AF)$ و I و J هما على التوالي مركزا المربعين $ABCD$ و $ABEF$ النقطة H المسقط العمودي لـ I على (AB) .
- 1- أ- بين أن $(AD) \perp (ABE)$
ب- استنتج أن $(HI) \perp (ABE)$
 - 2- حدد تقاطع (ACE) و (BDF)
 - 3- بين أن $(BCE) \parallel (IJH)$
 - 4- أحسب حجم رباعي الأوجه $IAJB$ إذا علمت أن $AD = 4$

تمرين 8

- $ABCD$ شبه منحرف قطراه $[AC]$ و $[BD]$ يتقاطعان في I .
- لتكن S نقطة من الفضاء لا تنتمي الى المستوى (ABC) حيث $(SI) \perp (ABC)$
- 1- أ - حدد تقاطع (SAC) و (SBD)
ب- حدد تقاطع (SAB) و (SDC)
 - 2- أ- تحقق أن $(SI) \perp (AB)$
ب- بين أن $(SAC) \perp (ABC)$
 - 3- نفترض أن ABC مثلث قائم الزاوية في B و $SI = 3cm$ و $AB = 2cm$ و $BC = 4cm$ أحسب حجم رباعي الوجوه $SABC$

تمرين 9

- $ABCDEFGH$ مكعب طول أحرفه a
- 1- بين أن المستويين (BDE) و (CFH) عموديان على (AG)
 - 2- أحسب حجم كل من المخروطين الذي رأسيهما A و G وقاعدتهما الدائرة المحيطة بالمثلث (BDE)

تمرين 10

- أحسب حجم فلكة إذا علمت أن مساحتها الجانبية هي $72cm^2$

تمرين 11

- ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا و I و J منتصفي $[BC]$ و $[FG]$ على التوالي
- 1- بين أن $(IJ) \parallel (HFB)$
 - 2- المستقيمان (EJ) و (HF) يتقاطعان في P و المستقيمان (AI) و (BD) يتقاطعان في Q . بين أن $(FB) \parallel (PQ)$

- 3- بين أن $(PQ) \perp (ABC)$ و استنتج أن $(PQ) \perp (AI)$
 4- نضع $AB = a$ أحسب بدلالة a حجم الهرم $(JABCD)$

تمرين 12

- ABC مثلثا قائم الزاوية في A و D نقطة من المستقيم العمودي على المستوى (ABC) في A حيث $A \neq D$. النقطة H المسقط العمودي للنقطة C على (BD)
- 1- بين أن $(AC) \perp (ABD)$ و استنتج أن $(AC) \perp (BD)$
 2- بين أن $(AH) \perp (BD)$

تمرين 13

- $ABCD$ مضلع محدب ضمن المستوى (P) . و (Δ) مستقيم على المستوى (P) في A لتكن E نقطة من (Δ) حيث $AB = AE$ و M و N منتصفي $[EB]$ و $[ED]$.
- 1- بين أن $(AD) \perp (ABE)$
 2- بين أن $(AM) \perp (EBC)$
 3- أ- حدد تقاطع (BCD) و (AMN)
 ب- بين أن $(AMN) \perp (EC)$