تمارين حول الحدوديات

التمرين رقم 1

نعتبر الحدودية $P(x)=6x^3-11x^2+6x-1$

1) بين أن 1 جدر للحدووية $P(x)$ ثم حدد $Q(x)$ بحيث $P(x)=(x-1)Q(x)$

2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

3) حدد حلول المتراجحة $P(x)\le 0$

التمرين رقم 2

نعتبر الحدودية $P(x)=2x^3+5x^2-x-6$

1) بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x+\frac{3}{2}$ و استنتج أن $P(x)=(2x-3)\left(x^2+x-2\right)$

2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

3) عمل $P(x)$ إلى ثلاث حدوديات من الدرجة الأولى

التمرين رقم 3

نعتبر الحدودية $P(x)=x^3-6x^2+11x-6$

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-4x+3=0$

2) بين أن 2 جدر للحدووية $P(x)$ ثم حدد الأعداد $a\ ,\ b\ ,\ c$ بحيث $P(x)=(x-2)\left(ax^2+bx+c\right)$

3) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

4) استنتج حلول المعادلة $x^2|x|-6x^2+11|x|-6=0$

التمرين رقم 4

نعتبر الحدودية $P(x)=4x^3-13x-6$

1) بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x+\frac{1}{2}$ و حدد $Q(x)$ بحيث $P(x)=(2x+1)Q(x)$

2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $4x^3-13x-6=0$

3) عمل $P(x)$ إلى ثلاث حدوديات من الدرجة الأولى

4) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $P(x)<0$

5) نضع $H(x)=P(x)+6(2x+1)^2$.
عمل $H(x)$ إلى ثلاث حدوديات من الدرجة الأولى

التمرين رقم 5

نعتبر الحدودية $P(x)=x^3+ax^2-6x-8$
حيث a عدد حقيقي

1) حدد a كي $P(x)$ تقبل القسمة على $x-2$

2) نفترض في ما يلي أن $a=3$

أ- حدد $Q(x)$ بحيث $P(x)=(x-2)Q(x)$

ب- تحقق أن -1 حلا للمعادلة $Q(x)=0$ ثم حدد الحل الثاني للمعادلة

ج- استنتج تعميلا للحدودية $P(x)$ إلى ثلاث حدوديات من الدرجة الأولى

د- حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة
$x^6+3x^4-6x^2-8=0$

التمرين رقم 6

نعتبر الحدوودية :
$P(x)=x^4+12x^3+50x^2+84x+45$

1) أ- احسب $P(-3)$ ماذا تستنتج ؟

ب- حدد العدد الحقيقي α بحيث يكون
$P(x)+\alpha=\left(x^2+6x+7\right)^2$

2) استنتج أن $P(x)=(x+3)^2\left(x^2+6x+5\right)$

3) أ- حدد العددين $a\ ,\ b$ بحيث يكون
$x^2+6x+5=(x+1)(x+b)$

ب- حدد حلول المتراجحة $P(x)\le 0$

التمرين رقم 7

نعتبر الحدودية $P(x)=4x^3+16x^2+9x-9$

1) بين أن $P(x)$ تقبل القسمة على $x-\frac{1}{2}$ ثم حدد $Q(x)$ بحيث $P(x)=(2x-1)Q(x)$

2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $4(x+4)>9\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}\right)$

التمرين رقم 8

نعتبر الحدودية $P(x)=x^3-15x-4$

1) أنجز قسمة $P(x)$ على $x-4$

2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

3) حدد الأعداد $a\ ,\ b\ ,\ c$ بحيث

$$P(x)+2(x-4)=(x-4)(x+a)(x+b)$$

4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين :

(1) $x^2|x|-13|x|-12=0$

(2) $x^6-13x^2-12=0$

5) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x^2-13\ge\frac{12}{x}$

التمرين رقم 9

نعتبر الحدودية $P(x)=10x^3-9x^2-37x+42$

1) بين أن -2 جدر للحدووية $P(x)$ ثم حدد العدد a بحيث $P(x)=(x+2)\left(10x^2+ax+21\right)$

2) نضع $Q(x)=10x^2-29x+21$

أ- حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المتراجحة $Q(x)<0$

ب- بين أن $1+Q(x)>0$

3) أ- بين أن $\frac{7}{5}<\sqrt{2}<\frac{3}{2}$ و استنتج أن :

$$-1<Q\left(\sqrt{2}\right)<0$$

ب- أحسب $Q\left(\sqrt{2}\right)$ ثم استنتج أن $\frac{41}{29}<\sqrt{2}<\frac{42}{29}$