

**التمرين الأول:**

حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحتين:

$$-x^2 - 3x + 4 < 0 \quad ; \quad (x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2) \leq 0$$

**حلول:**

**(1) المتراجحة:**  $(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2) \leq 0$

. إشارة ثلاثية الحدود:  $x^2 + 2x + 2$

مميز الحدودية هو:  $\Delta = b^2 - 4ac = -4 < 0$  إذن إشارتها هي إشارة  $a$

x	$-\infty$	$+\infty$
$x^2 + 2x + 2$	+	

. إشارة ثلاثية الحدود:  $x^2 + 4x + 4$

مميز الحدودية:  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  إذن لها جذر وحيد  $x_0 = \frac{-b}{2a} = -2$  إشارة  $a$  لكل

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x^2 + 4x + 4$	+	0	+

ومنه نستنتج إشارة الجداء:  $(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x^2 + 4x + 4$	+	0	+
$x^2 + 2x + 2$	+		+
$(x^2 + 4x + 4)(x^2 + 2x + 2)$	+	0	+

وبالتالي:  $S = \{-2\}$

**(2) المتراجحة:**  $-x^2 - 3x + 4 < 0$

مميز الحدودية  $-x^2 - 3x + 4$  هو:  $\Delta = b^2 - 4ac = 25$  إذن لها جذران مختلفان هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = 1 \quad \text{و} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = -4$$

إذن جدول إشارتها على الشكل التالي:

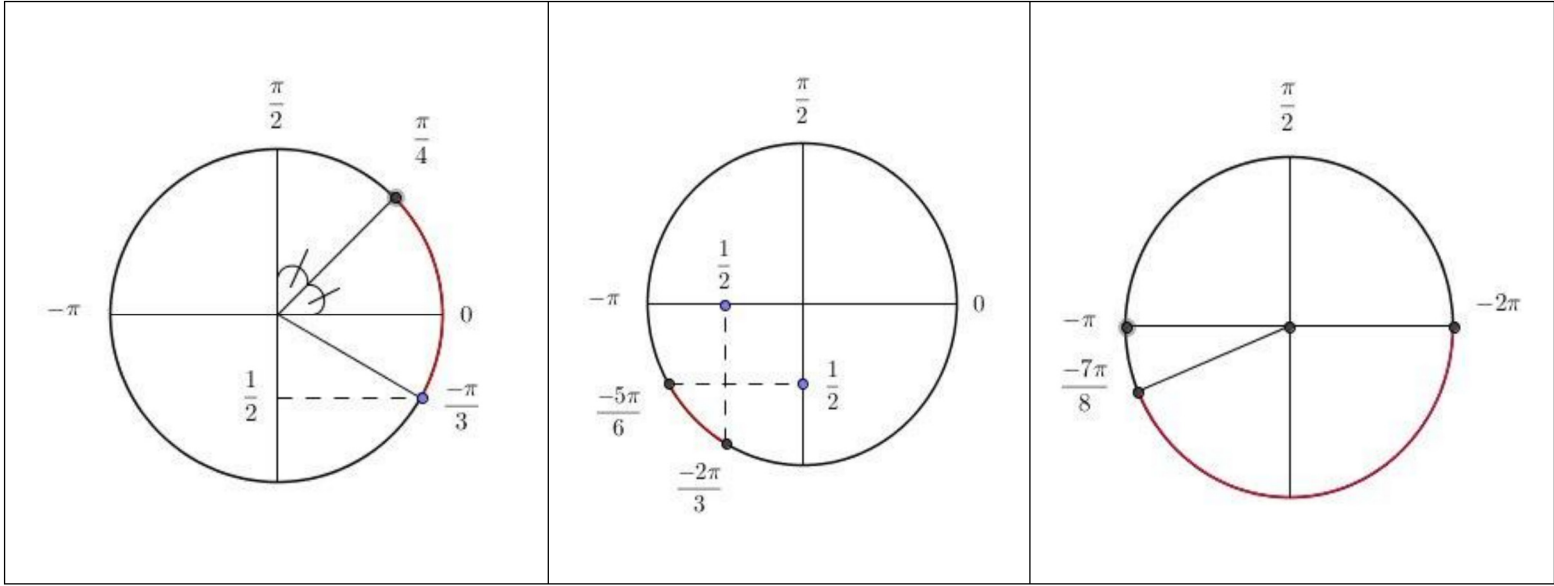
x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$-x^2 - 3x + 4$	-	0	+	-
	إشارة $a$	إشارة $-a$	إشارة $a$	

وبالتالي:  $S = ]-\infty; -4[ \cup ]1; +\infty[$

**التمرين الثاني:** (3 نقط)

مثل القوس التي تنتمي إليها النقط ذات الأفاصيل المنحنية من المجال  $I$  في كل حالة :

$$I = \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right] ; \quad I = \left[\frac{-5\pi}{6}; \frac{-2\pi}{3}\right] ; \quad I = \left[-2\pi; \frac{-7\pi}{8}\right]$$



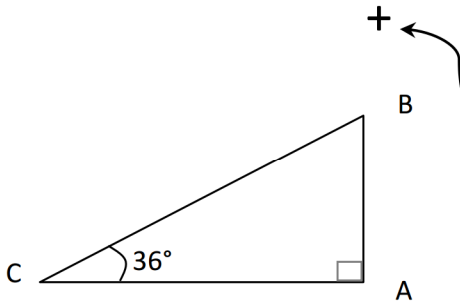
**التمرين الثالث: (2.5 نقط)**

$ABC$  مثلث قائم الزاوية في النقطة  $A$  بحيث:  $(\overline{CA}, \overline{CB}) \equiv \frac{\pi}{5}[2\pi]$ .

(1) أنشئ المثلث  $ABC$ .

(2) بين أن:  $(\overline{BA}, \overline{CB}) \equiv (\overline{AB}, \overline{AC}) + (\overline{CA}, \overline{CB})[2\pi]$

(3) احسب القياس الرئيسي للزاوية الموجهة:  $(\overline{BA}, \overline{CB})$



(1)

(2) لدينا:

حسب علاقة شال للزاويا الموجهة

$$\begin{aligned} (\overline{BA}, \overline{CB}) &\equiv (\overline{BA}, \overline{CA}) + (\overline{CA}, \overline{CB})[2\pi] \\ &\equiv (-\overline{BA}, -\overline{CA}) + (\overline{CA}, \overline{CB})[2\pi] \\ &\equiv (\overline{AB}, \overline{AC}) + (\overline{CA}, \overline{CB})[2\pi] \end{aligned}$$

(3) حسب السؤال السابق:

$$\begin{aligned} (\overline{BA}, \overline{CB}) &\equiv (\overline{AB}, \overline{AC}) + (\overline{CA}, \overline{CB})[2\pi] \\ &\equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5}[2\pi] \\ &\equiv \frac{7\pi}{10}[2\pi] \end{aligned}$$

إذن القياس الرئيسي للزاوية الموجهة  $(\overline{BA}, \overline{CB})$  هو  $\frac{7\pi}{10}$  لأن  $\frac{7\pi}{10} \in ]-\pi; \pi]$

### التمرين الرابع: (3 نقط)

(1) احسب:  $\tan \frac{37\pi}{4}$  ؛  $\sin \frac{-5\pi}{6}$  ؛  $\cos \frac{-3\pi}{4}$

(2) احسب:  $\sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{13\pi}{4} + \sin \frac{8\pi}{3}$

### حلول:

(1)

$$\begin{aligned}\cos \frac{-3\pi}{4} &= \cos \frac{3\pi}{4} \\ &= \cos(\pi - \frac{\pi}{4}) \\ &= -\cos \frac{\pi}{4} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin \frac{-5\pi}{6} &= -\sin \frac{5\pi}{6} \\ &= -\sin(\pi - \frac{\pi}{6}) \\ &= -\sin \frac{\pi}{6} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tan \frac{37\pi}{4} &= \tan(9\pi + \frac{\pi}{4}) \\ &= \tan \frac{\pi}{4} \\ &= 1\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}\sin \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{3} + \sin \frac{13\pi}{4} + \sin \frac{8\pi}{3} &= \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) + \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) + \sin(3\pi + \frac{\pi}{4}) + \sin(2\pi + \frac{2\pi}{3}) \\ &= \sin(\frac{\pi}{3}) - \sin(\frac{\pi}{3}) + \sin(\pi + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{2\pi}{3}) \\ &= -\sin(\frac{\pi}{4}) + \sin(\pi - \frac{\pi}{3}) \\ &= -\sin(\frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{3}) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

### التمرين الخامس: (2.5 نقط)

$\alpha$  عدد حقيقي بحيث:  $\tan \alpha = 0.2$

(1) اكتب:  $\sin^2 \alpha$  بدلالة:  $\tan \alpha$

(2) استنتج قيمة:  $\sin \alpha$  ثم بالمحسبة أعط قيمة مقربة للعدد  $\alpha$  بالدرجة

ن 1

ن 1.5

### حلول:

(1) لدينا: لكل:  $\alpha \in D_{\tan}$

**ملاحظة:** مجموعة تعريف دالة الظل

$$\begin{aligned}D_{\tan} &= \left\{ x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\} \\ &= \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= 1 - \cos^2 \alpha \\ &= 1 - \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \\ &= \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ &= \frac{0.2^2}{1 + 0.2^2} \\ &= \frac{0.04}{1.04} \\ &= \frac{1}{26}\end{aligned}$$

(2) لدينا:

$$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{26}}{26}$$

أو

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$$

وبالتالي:

$$\begin{aligned}\alpha &\approx 11.31^\circ + 180^\circ \\ &= 191.31^\circ\end{aligned}$$

أو

$$\alpha \approx 11.31^\circ$$

وبالمحسبة نجد:

**ملاحظة هامة:**

لا يمكن تحديد إشارة  $\sin \alpha$  من خلال إشارة  $\tan \alpha$  وبالتالي هناك قيمتان متقابلتان **التمرين السادس: (7 نقطة)**

الجدول التالي يعطينا أوزان تلاميذ أحد أقسام الجذع المشترك العلمي (بالكيلوغرام)

الصنف $I_i$	الحصيص $n_i$
[45;50[	10
[50;55[	10
[55;60[	15
[60;65[	3
[65;70[	2

- (1) أنشئ مدرجا للمتسلسلة ومضلع باستعمال الحصصات في نفس المبيان 2 ن
- (2) احسب: المعدل الحسابي  $\bar{x}$  والانحراف الطرازي  $\sigma$ . 2 ن
- (3) أنشئ مضلعا الحصصات المتراكمة ثم حدد القيمة الوسطية  $M$  3 ن

**حلول:**

(1) مدرجا ومضلع الحصصات للمتسلسلة.



(2) المعدل الحسابي للمتسلسلة:

67.5	62.5	57.5	52.5	47.5	مركز الصنف $c_i$
2	3	15	10	10	الحصيص $n_i$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^5 n_i c_i}{N} \\ &= \frac{475+525+862.5+187.5+135}{40} \\ &= \frac{2185}{40} \\ &= 54.625\end{aligned}$$

الانحراف الطرازي:

المغايرة:

$$\begin{aligned}g &= \frac{\sum_{i=1}^5 n_i (c_i)^2}{N} - \bar{x}^2 \\ &= \frac{10 \times 47.5^2 + 10 \times 52.5^2 + 15 \times 57.5^2 + 3 \times 62.5^2 + 2 \times 67.5^2}{40} \\ &= \frac{2256.25 + 2756.25 + 3306.25 + 3906.25 + 4556.25}{40} - 54.625^2 \\ &= 3013.75 - 2983.89063 \\ &= 29.859375\end{aligned}$$

الانحراف الطرازي:

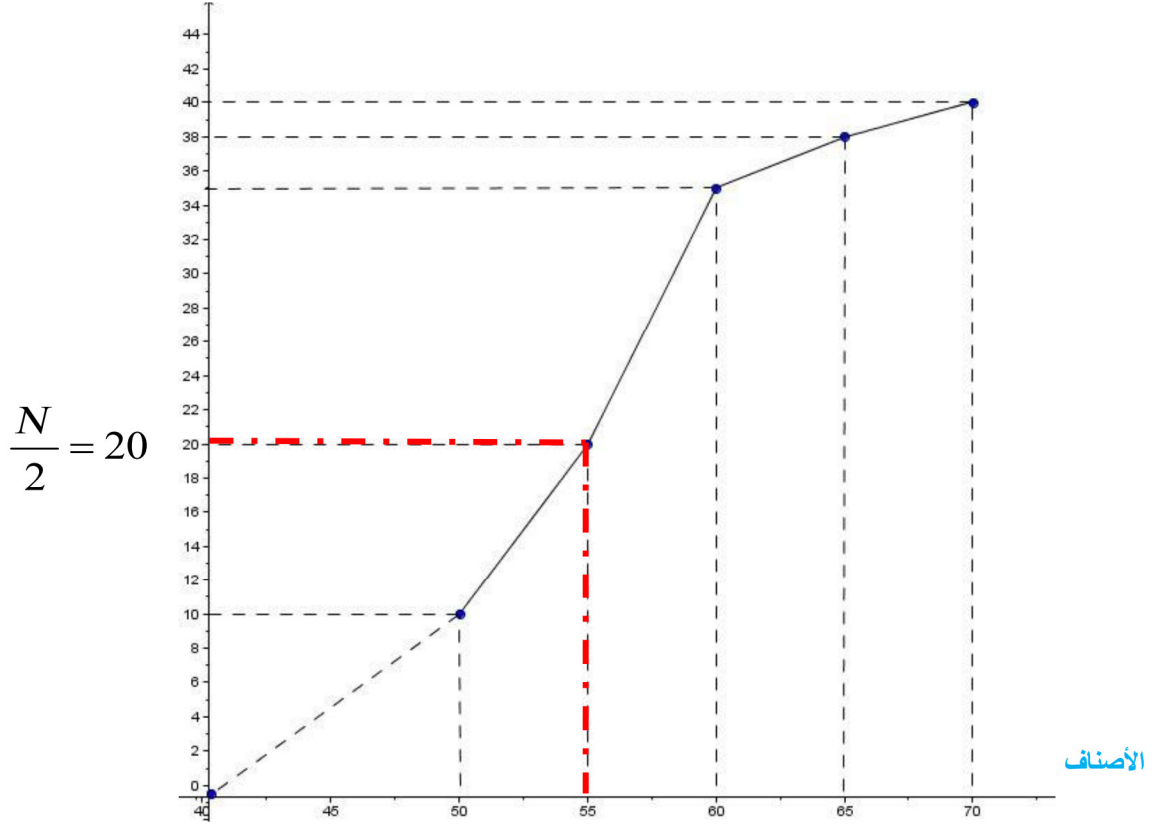
$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{g} \\ &= \sqrt{29.859375} \\ &= 5.46437325 \\ &\approx 5.46\end{aligned}$$

(3) جدول الحصص المتراكمة:

[65; 70[	[60; 65[	[55; 60[	[50; 55[	[45; 50[	الصنف $I_i$
2	3	15	10	10	الحصيص $n_i$
40	38	35	20	10	الحصيص المتراكم $N_i$

مضلع الحصيصات المتراكمة:

الحصيصات المتراكمة



القيمة الوسطية هي  $M = 55$  لأن  $\frac{N}{2}$  هي أرتوب معلوم على المضلع