01.

لنعتبر الدالة العددية f المعرفة على ب : $f(x)=-x+\frac{2}{\sqrt{x+1}}$ (C) منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

01. ...

أ- حدد : D مجموعة تعريف الدالة f .

ب- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$ ثم أعط تأويل هندسي للنتيجة الثانية .

ج- بين أن (C) يقبل مقارب مائل (Δ) بجوار $+\infty$ يتم تحديد معادلته .

د- أدرس الوضع النسبي ل (C) و (Δ) .

02. ...

أ- أحسب f' الدالة المشتقة ل f على D ثم حدد إشارتها .

ب- ضع جدول لتغيرات الدالة f .

ج- أوجد معادلة ديكارتية للماس (T) للمنحنى (C) في $x_0=0$.

03. بين أن المعادلة : $f(x)=x$; $x\in\left]-1;+\infty\right[$ تقبل حل وحيد α حيث $1<\alpha<\frac{3}{2}$.

04. أنشئ المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (Δ) و المماس (T) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

05. ...

أ- بين أن f تحقق تقابل من $\left]-1;+\infty\right[$ إلى مجال J يتم تحدده نضع f^{-1} الدالة العكسية ل f .

ب- بين أن : f^{-1} قابلة للاشتقاق على J .

ج- أحسب بدلالة α : $\left(f^{-1}\right)'(\alpha)$.

د- ثم أنشئ المنحنى الممثل للدالة العكسية f^{-1} في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (بلون آخر) .

02.

لنعتبر الدالة العددية f المعرفة على ب : $\begin{cases} f(x)=\frac{-x}{2x+1} & ; x\geq 0 \\ f(x)=-x+\sqrt{x^2-x} & ; x<0 \end{cases}$ (C) منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

01. ...

أ- تحقق أن : مجموعة تعريف الدالة f هي $D=\mathbb{R}$.

ب- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم أعط تأويل هندسي للنتيجة الأولى .

ج- أدرس الفرع اللانهائي ل (C) بجوار $-\infty$.

د- أدرس اتصال الدالة f في النقطة $x_0=0$.

ه- أدرس اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0=0$.

.02...

أ- بين أن : الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ثم أحسب الدالة المشتقة f' للدالة f على $]0,+\infty[$ ثم حدد إشارتها .

ب- بين أن : الدالة f قابلة للاشتقاق على $]-\infty,0[$ ثم أحسب الدالة المشتقة f' للدالة f على $]-\infty,0[$ ثم تحقق أن

$$\forall x\in]-\infty,0[\quad ; \quad f'(x)=-1+\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} .$$

ج- ضع جدول لتغيرات الدالة f $\mathbb{R}$.

.03 لنعتبر g قصور الدالة f على $I=]-\infty,0[$.

أ- بين أن g تقابل من I إلى مجال J يتم تحدده نضع g^{-1} الدالة العكسية ل g .

ب- أحسب : $g^{-1}(1)$ ثم $\left(g^{-1}\right)'(1)$.

ج- حدد الدالة العكسية f^{-1} .

.04 أنشئ المنحنى الممثل للدالة f في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ثم أنشئ المنحنى الممثل للدالة العكسية g^{-1} في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (بلون آخر)

.03

لنعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $f(x)=\cos x-\sin^2 x$. (C) منحنى f في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ مع $\|\vec{i}\|=1$ و $\|\vec{j}\|=4$ (cm بالسنتميتر)

.01 أدرس زوجية الدالة f .

.02 بين أن : الدالة f دورية و دورها 2π ثم استنتج D_E مجموعة دراسة الدالة f .

.03 تحقق أن : $x\in[0,\pi]$, $f'(x)=2\sin x\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)$.

.04 أدرس إشارة f' على $[0,\pi]$ ثم ضع جدول لتغيرات الدالة f على $[0,\pi]$.

.05 بين أن : g قصور f على $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$ تحقق تقابل من $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$ إلى J يتم تحدده نرمز لتقابلها العكسي ب g^{-1} .

.06 أنشئ (C_f) منحنى f في $(O,\vec{i},\vec{j})$ و ذلك على D_E (بلون أخضر)

.07 أتمم إنشاء (C_f) منحنى f على $[-\pi,2\pi]$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (بلون' آخر) ثم $(C_{g^{-1}})$ منحنى الدالة g^{-1} في نفس المعلم (بلون أخضر متقطع) .

.04 تمرين إضافي (في المنزل)

لنعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0,+\infty[$ ب :
$$\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} \quad ; \quad x\in[0;1[\cup]1;+\infty[\\ f(1)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$
(C) منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

.01 ...

أ- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط تأويل هندسي للنتيجة .

ب- أدرس اتصال الدالة f في النقطة $x_0 = 1$.

ج- أدرس اتصال الدالة f على يمين النقطة $x_0 = 0$.

.02 ...

أ- بين أن الدالة f قابلة الاشتقاق في $x_0 = 1$ و تحقق أن $f'(1) = -\frac{1}{8}$.

ب- أوجد معادلة ديكارتية لماس (T) للمنحنى (C) في $x_0 = 1$.

.03 ...

أ- هل الدالة f قابلة الاشتقاق على يمين $x_0 = 0$ ثم أعط تأويل هندسي للنتيجة المحصل عليها .

ب- بين أن : الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[\setminus\{1\}$ ثم أحسب الدالة المشتقة f' للدالة f على $]0,+\infty[\setminus\{1\}$ ثم تحقق أن $f'(x) = \frac{-\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{2\sqrt{x}\left(x-1\right)^2}$; $\forall x \in]0,+\infty[\setminus\{1\}$ ثم ضع جدول لتغيرات الدالة f $[0,+\infty[$.

ج- بين أن f تحقق تقابل من $[0,+\infty[$ إلى مجال J يتم تحدده نضع f^{-1} الدالة العكسية ل f .

.04 أنشئ المنحنى الممثل للدالة f في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ثم أنشئ المنحنى الممثل للدالة العكسية f^{-1} في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.