

## التمرين الأول

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط :

$$C(1,1,-1) \text{ و } B(-1,1,1), A(1,-1,1)$$

1) أ. احسب  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$  ثم استنتج أن  $ABC$  مثلث واحسب مساحته .

ب. تحقق أن معادلة ديكرتية للمستوى  $(ABC)$  هي :  $x + y + z - 1 = 0$

2) حدد تمثيلا براميتريا للمستقيم  $(D)$  المار من النقطة  $D\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$  والعمودي على  $(ABC)$

3) لتكن  $\Omega$  نقطة من المستقيم  $(D)$  و  $(S)$  فلكة مركزها  $\Omega$  وشعاعها  $A\Omega$

أ. بين أن المستوى  $(ABC)$  يقطع  $(S)$  وفق الدائرة التي مركزها  $D$  وشعاعها  $\sqrt{\frac{8}{3}}$

ب. حدد معادلة ديكرتية للفلكة  $(S)$  علما أنها تمر من النقطة  $O$

## التمرين الثاني

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  و  $z$  عدد عقدي يخالف 3 و 5 .

لتكن  $M$  و  $M'$  نقطتان من المستوى العقدي لهما على التوالي  $z$  و  $z' = \frac{z-5}{z-3}$

1) احسب العدد العقدي  $z$  علما أن النقطتين  $M$  و  $M'$  منطبقتان

2) نضع  $u = 2 + i$  ولتكن النقطة  $U$  صورتها . بين أن :  $\frac{z'-u}{z'-u} = i \frac{z-u}{z-u}$  (هو مرافق  $u$ )

3) نفترض في هذا السؤال أن  $z$  عدد حقيقي . بين أن :  $\arg\left(\frac{z'-u}{z-u}\right) \equiv \frac{\pi}{4} [\pi]$

4) نأخذ :  $z = 3 + \sqrt{2}$  . بين أن  $M'$  هي صورة النقطة  $M$  بالدوران الذي مركزه  $U$  وقياس زاويته  $\frac{5\pi}{4}$

## التمرين الثالث

يحتوي كيس على 11 كرة . 6 كرات تحمل الرقم 1 و 4 كرات تحمل الرقم 0 و كرة واحدة تحمل الرقم -1 . (جميع كرات الكيس لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نسحب تانيا 3 كرات من الكيس و نعتبر الحدثين التاليين :

" A الكرات الثلاث المسحوبة تحمل الرقم 0 "

" B الكرات الثلاث المسحوبة تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى "

1) احسب احتمال A وبين أن احتمال B هو  $p(B) = \frac{8}{55}$

2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة

أ. بين ان القيم التي يأخذها  $X$  هي -1 ; 0 أو 1

ب. بين أن  $p(x=0) = \frac{26}{33}$

ج. حدد قانون احتمال  $X$  ثم احسب الأمل الرياضي  $E(X)$

## التمرين الرابع

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $[0, +\infty[$  بما يلي :

$$f(x) = 2x - \frac{x^2}{4} + \left(\frac{x^2}{2} - x\right) \ln x ; x > 0 \text{ و } f(0) = 0$$

وليكن  $(C)$  منحنى الدالة  $f$  في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ،  $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$  ،

1- أ- بين أن الدالة  $f$  متصلة على المجال  $[0, +\infty[$

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم أول مبيانيا النتيجة

2- أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على يمين الصفر.

ب- بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0, +\infty[$  وأن :  $f'(x) = 1 + (x-1) \ln x$  ;  $(\forall x \in ]0, +\infty[)$

ج- بين أن الدالة  $f$  تزايدية قطعاً على المجال  $[0, +\infty[$  وضع جدول تغيراتها .

3- بين أن الدالة  $f$  تقبل دالة عكسية  $g$  معرفة على  $[0, +\infty[$

4- أ- بين أن :  $f'(x) = \frac{x-1}{x} + \ln x$  ;  $(\forall x \in ]0, +\infty[)$

ب- أثبت أن  $I\left(1, \frac{7}{4}\right)$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C)$

ج- حدد معادلة ديكارتية للمستقيم  $(D)$  المماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $I$

د- أنشئ  $(C)$  و  $(\Gamma)$  منحنى الدالة  $g$

5- أثبت أن  $0$  هو الحل الوحيد للمعادلة  $f(x) = x$  في المجال  $[0, 1]$

$$6- \text{ نعتبر الدالة } F(0) = 0 \text{ و } x > 0 \text{ : } F(x) = -\frac{5}{36}x^3 + \frac{5}{4}x^2 + \left(\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{2}\right) \ln x$$

أ- بين أن  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $[0, +\infty[$

ب- احسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى  $(C)$  ، محوري المعلم والمستقيم ذي المعادلة :  $x = 1$

7- نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = \frac{7}{4}$  و  $u_{n+1} = g(u_n)$  ;  $(\forall n \in \mathbb{N})$

أ- بين أن :  $u_n > 0$  ;  $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية وأنها متقاربة .

ج- احسب :  $\lim u_n$

انتهى الموضوع

حظ سعيد