

التمرين الأول

0.5 ن

(1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $3X^2 + X - 10 = 0$

1 ن

(2) استنتج حلول المعادلات :

(أ)  $3(\ln x)^2 + \ln x - 10 = 0$

1 ن

(ب)  $\ln(x+1) + \ln(3x-2) = 3 \ln 2$

1 ن

(3) حل في  $]0, +\infty[$  المعادلة  $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$

التمرين الثاني

الجزء (1) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بما يلي :  $g(x) = x + 1 + \ln x$

1 ن

(1) أحسب  $g'(x)$  و بيه أه  $g$  تزايدية على  $]0, +\infty[$

1.5 ن

(2) بيه أه المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  و أثبت أه بيه أه  $\alpha < \frac{1}{e}$

1 ن

(3) استنتج إشارة الدالة  $g(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$

الجزء (2)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = \frac{-x \ln x}{x+1}$  ;  $x \neq 0$  و  $f(0) = 0$

1 ن

(1) أ- بيه أه  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}^{*+}$

0.5 ن

ب- أدرسه قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على بيه 0

0.5 ن

(2) أ- أحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

0.5 ن

ب- أدرسه الفرض اللانهائي للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$

1.5 ن

(3) أ- بيه أه  $f$  قابلة للاشتقاق على  $]0, +\infty[$  و أه  $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^2}$  ( $\forall x > 0$ )

1 ن

ب- بيه أه  $f$  تزايدية على  $[0, \alpha]$  و تناقصية على  $]\alpha, +\infty[$

1 ن

ج- بيه أه  $f(\alpha) = \alpha$  ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$

1.5 ن

(4) أ- تحقق أه  $x - f(x) = \frac{xg(x)}{x+1}$  ثم أدرسه الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ )

1 ن

ب- أرسم المنحنى ( نأخذ  $\alpha \approx 0,28$  لا حظ أه  $f(1) = 0$  )

(5) لتلك الدالة المعرفة على  $[\alpha, +\infty[$  بما لي :  $h(x) = f(x)$

0.5 ن

(أ) بيه أه  $h$  تقبل دالة عكسية  $h^{-1}$  معرفة على مجال يتم تحديده

0.5 ن

(ب) بيه  $h^{-1}$  قابلة للاشتقاق في النقطة 0 محددًا العدد المشتق

0.5 ن

(ج) أرسم في المعلم السابق و بلوه متغير منحنى الدالة  $h^{-1}$

الجزء (3)

لتلك  $(U_n)_n$  المتتالية العددية المعرفة كما يلي :  $U_0 = 0,2$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$  لكل  $n \in \mathbb{N}$

0.5 ن

1- بيه بالترجع أه  $0 \leq U_n \leq \alpha$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

0.5 ن

2- بيه أه المتتالية  $(U_n)_n$  تزايدية

1 ن

3- استنتج أه  $(U_n)_n$  متقاربة و حدد نهايتها