

التمرين 1

التنقيط

أسئلة مستقلة

1. بسط العددين التاليين :

$$C = \ln(81) + \ln(4) - 2\ln(2) + \ln\left(\frac{1}{81}\right) + 2 \quad \text{و} \quad B = \ln(2e) + \ln\left(\frac{e^2}{2}\right)$$

2

2. بين أن

$$\ln 2 + \ln(2 + \sqrt{2}) + \ln(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}) + \ln(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}) = 2\ln(2)$$

1

3. حدد مجموعة التعريف الدوال العددية التالية :

2

$$k(x) = \frac{2x}{\sqrt{1 - \ln x}}, \quad h(x) = \ln(x^4), \quad f(x) = \ln(2x), \quad g(x) = \ln(1-x)$$

4. حل في المجموعة \mathbb{R} ما يلي :

$$2 - \ln(x) = 0 \quad ; \quad \ln(x) = 2\ln(3)$$

4

$$\ln^2(x) - 3\ln(x) + 2 \leq 0 \quad ; \quad 1 - 2\ln(x) < 0$$

5. أحسب $f'(x)$ لكل x من المجال I :

2

$$f(x) = \sqrt{\ln(x)} \quad I =]1; +\infty[$$

$$f(x) = \ln(x^2 + x + 2) \quad I = \mathbb{R}$$

$$f(x) = x \ln(x) \quad I =]0; +\infty[$$

6. أحسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{x^2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x - \ln(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{x} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x^2 - x}$$

3

التمرين 2

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = [0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x}$

1. أ. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2x = 1$ ثم أعل هــ سـ

1.5

2. أ. بين أن $\frac{f(x)}{x} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2}{x}}$ ($x \in]0; +\infty[$)

0.5

ب. استنتج أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 و أول النتيجة المحصل عليها

0.5

3. أ. بين أن $f'(x) = 1 + \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}}$ لكل x من $]0; +\infty[$

1

ب. استنتج أن f دالة تزايدية قطعاً على المجال $]0; +\infty[$ ثم اعط جدول تغيرات الدالة f

0.5

ج. أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم (\vec{i}, \vec{j})

0.5

4. أ. بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J و جب تحديده

0.5

ب. أحسب $f^{-1}(\sqrt{5}-1)$ ثم استنتج $f^{-1}(\sqrt{5}+1)$

0.5

ج. بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في $\sqrt{5}+1$ ثم أحسب $(f^{-1})'(\sqrt{5}+1)$

0.5