الثانية علوم	فرض رقم 2	ذ : المانتي

الأعداد العقدية

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$.

نعتبر في المجموعة العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E):\ z^2-4z+5=0$

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) — 1 ن

2) ليكن u حل المعادلة (E) الذي يحقق : $\mathrm{Im}(u)>0$ — 1.5 ن

أكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين $1-u$ و $1-\bar{u}$

3) لتكن A و B و C ثلاث نقط من المستوى العقدي التي ألحاقها على التوالي 1 و u و $\bar{u}$

بين أن النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه A و قياس زاويته $\dfrac{\pi}{2}$ — 1.5 ن

المتتاليات العددية

نعتبر المتتاليتين العدديتين $(u_n)_n$ و $(v_n)_n$ بحيث :

$$\begin{cases} u_{n+1}=2u_n+3 \ ;(\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0=0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_{n+1}=2v_n+3 \ ;(\forall n\in\mathbb{N}) \\ v_0=-4 \end{cases}$$

1) بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\,;\, u_n\geq 0$ و استنتج ان أن المتتالية $(u_n)_n$ تزايدية قطعا . — 1 ن

2) بين أن : $v_n=-4-\dfrac{u_n}{3}\ ;\ (\forall n\in\mathbb{N})$ و بين ان $(v_n)_n$ تناقصية قطعا — 1.5 ن

3) نضع $w_n=u_n+3$

أ) بين ان $(w_n)_n$ متتالية هندسية محددا عناصرها — 0.5 ن

ب) استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\,;\, u_n=3(2^n-1)$ — 1 ن

4) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{v_n}{u_n}$ — 1 ن

دراسة دالة

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $(\forall x\in\mathbb{R})\,;\ f(x)=x-1+3e^{-x}-e^{-2x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، $\|\vec{i}\|=1cm$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وبين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ضع $t=-x$ — 1.5

2) أ- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\,;\ f'(x)=(e^{-x}-1)(2e^{-x}-1)$ — 1.5

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f — 1.5

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ و أن : $-\ell n3<\alpha<0$ — 1

4) أ- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) جوار $-\infty$ — 0.5

ب- بيين أن المستقيم (D) ذي المعادلة الديكارتية $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C) جوار $+\infty$ — 0.5

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (D) — 1

5) أ- حدد نقطة انعطاف المنحنى (C) — 0.5

ب- أنشئ (D) و (C) — 1.5

6) احسب S ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيمات (D) و $x=0$ و $x=-\ell n3$ — 1