



## تصحيح الفرض الأول

## أولمبياد الرياضيات

## المستوى: أجزع المشترك العلمي

## التعريف الأول

لدينا  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة قطعاً ،

نضع :  $A = (a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - 9$  يكفي أن نبين أن :  $A \geq 0$  لدينا :

$$A = 1 + \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + 1 + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + 1 - 9$$

$$A = \frac{a}{b} + \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} - 6$$

$$A = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2 + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} - 2 + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} - 2$$

$$A = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{ab} + \frac{b^2 + c^2 - 2bc}{bc} + \frac{c^2 + a^2 - 2ca}{ca}$$

$$A = \frac{(a-b)^2}{ab} + \frac{(b-c)^2}{bc} + \frac{(c-a)^2}{ca} \geq 0$$

لأن :  $a > 0$  و  $b > 0$  و  $c > 0$  و  $(a-b)^2 \geq 0$  و  $(b-c)^2 \geq 0$  و  $(c-a)^2 \geq 0$  .

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$$

وبالتالي فإن :

## التعريف الثاني

لدينا :

$$S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2010}+\sqrt{2011}}$$

$$S = \frac{1-\sqrt{2}}{1^2-\sqrt{2}^2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}^2-\sqrt{3}^2} + \dots + \frac{\sqrt{2010}-\sqrt{2011}}{\sqrt{2010}^2-\sqrt{2011}^2}$$

$$S = \frac{1-\sqrt{2}}{-1} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{2010}-\sqrt{2011}}{-1}$$

$$S = -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \dots - \sqrt{2010} + \sqrt{2011}$$

$$S = -1 + \sqrt{2011}$$

$$S = \sqrt{2011} - 1$$

وبالتالي :



MATH-HOR

التعريف الثالث

لدينا :

$$P(x) = x^4 + 4$$

$$P(x) = x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2$$

$$P(x) = (x^2 + 2)^2 - (2x)^2$$

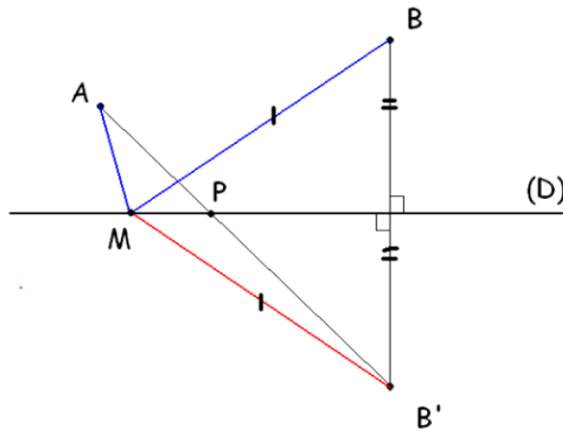
$$P(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$$

$$P(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$$

وبالتالي :

التعريف الرابع

نعتبر  $(D)$  مستقيم و  $A$  و  $B$  نقطتان مختلفتان و لا ينتميان إلى  $(D)$ .



نعتبر النقطة  $B'$  مماثلت النقطة  $B$  بالنسبة للمستقيم  $(D)$  و النقطة  $P$  تقاطع المستقيمين  $(D)$  و  $(AB')$

لدينا :  $MB = MB'$  (\*) لأن  $M$  تنتمي إلى المستقيم  $(D)$  وهو واسط القطعت  $[BB']$

نعتبر المثلث  $AMB'$  نعلم أن كل ضلع من المثلث يكون دائما أصغر من مجموع الضلعين الآخرين و منه فإن : المسافت  $AB' \leq AM + MB'$  ومن خلال (\*) فإن :  $AB' \leq AM + MB$ .

وحيث أن :  $AB' = AP + PB' = AP + PB$  فإن :  $AP + PB \leq AM + MB$

وهذا يعني أنه مهما كانت النقطة  $M$  من المستقيم  $(D)$  فإن المسافت  $AM + MB$  تكون أصغر ما يمكن في حالة واحدة وهي  $M = P$ .