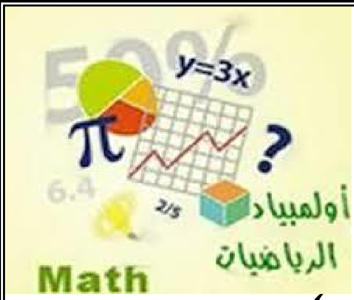


نيابة وجدة

الجدع مشترك علمي

مدة الانجاز : ساعتان ونصف

ثانوية عبد الله العروي التأهيلية

السنة الدراسية : 2016-2017

تصحيح مباراة الأولمبياد في الرياضيات(المرحلة الأولى)

تمرين1(3ن)

نضع : $A=\sqrt{57-40\sqrt{2}}-\sqrt{57+40\sqrt{2}}$

بين أن $A\in\mathbb{Z}$

الجواب :

نلاحظ أن : $57-40\sqrt{2}<57+40\sqrt{2}$ اذن : $\sqrt{57-40\sqrt{2}}<\sqrt{57+40\sqrt{2}}$

ومنه : $A<0$

نحسب A^2 : $A^2=\left(\sqrt{57-40\sqrt{2}}-\sqrt{57+40\sqrt{2}}\right)^2$

$$A^2=\left(\sqrt{57-40\sqrt{2}}\right)^2-2\sqrt{57-40\sqrt{2}}\sqrt{57+40\sqrt{2}}+\left(\sqrt{57+40\sqrt{2}}\right)^2$$

$$A^2=57-40\sqrt{2}-2\sqrt{\left(57-40\sqrt{2}\right)\left(57+40\sqrt{2}\right)}+57+40\sqrt{2}$$

اذن : $A^2=114-2\sqrt{57^2-\left(40\sqrt{2}\right)^2}$ أي : $A^2=114-2\sqrt{3249-3200}$

$A^2=114-2\sqrt{49}$ أي : $A^2=100$ يعني $A=\sqrt{100}$ أو $A=-\sqrt{100}$

ونعلم أن $A<0$ اذن : $A=-\sqrt{100}=-10$

تمرين2(2ن)

أحسب: $G=\left(2015200052004\right)^2-\left(2015200052002\times 2015200052006\right)$

الجواب : نلاحظ أن الأعداد الثلاثة تختلف فقط في رقم وحداتها لتبسيط الحساب

نضع: x=2015200052004

إذن: x+2=2015200052006 و x-2=2015200052002

و منه: $G=x^2-(x-2)(x+2)$

$G=x^2-\left(x^2-2^2\right)$ يعني $G=x^2-x^2+4=4$

تمرين3(4ن): a و b عددين حقيقيين موجبين

بين أن $\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\geq 4ab$:

الجواب :

$a\in\mathbb{R}$ نقارن : $2a$ و a^2+1

$$\left(a^2+1\right)-2a=a^2-2a+1=(a-1)^2\geq 0$$

ومنه $a^2+1\geq 2a$ مهما يكن : $a\in\mathbb{R}$

نيابة وجدة **الجدع مشترك علمي**

مدة الانجاز : ساعتان ونصف

ثانوية عبد الله العروي التأهيلية

بنفس الطريقة نقارن : b^2+1 و $2b$

فنجد: $b^2+1\geq 2b$

اذن وجدنا : $\begin{cases} a^2+1\geq 2a \\ b^2+1\geq 2b \end{cases}$

وبضرب المتفاوتتين طرف لطرف نجد :

$\left(a^2+1\right)\times\left(b^2+1\right)\geq 2a\times 2b$ أي : $\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\geq 4ab$

تمرين4(4ن)

عمل : $A=x^4-6x^2+8$ و $B=x^4+1$

الجواب : $A=x^4-6x^2+8=\left(x^2\right)^2-2\times3\times x^2+3^2-1=\left(x^2-3\right)^2-1$

$$A=\left(x^2-3\right)^2-1^2=\left(x^2-3-1\right)\left(x^2-3+1\right)=\left(x^2-4\right)\left(x^2-2\right)$$

$$A=\left(x^2-2^2\right)\left(x^2-2\right)=(x-2)(x+2)\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)$$

$$B=x^4+1=x^4-2x^2+2x^2+1=x^4+2x^2+1-2x^2$$

$$B=\left(x^2\right)^2+2x^2\times1+1^2-2x^2=\left(x^2+1\right)^2-2x^2$$

$$B=\left(x^2+1\right)^2-\left(\sqrt{2}x\right)^2=\left(x^2+1-\sqrt{2}x\right)\left(x^2+1+\sqrt{2}x\right)$$

$$B=\left(x^2-\sqrt{2}x+1\right)\left(x^2+\sqrt{2}x+1\right)$$

تمرين5(3ن)

أحسب : $A=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+......+\frac{1}{\sqrt{2015}+\sqrt{2016}}+\frac{1}{\sqrt{2016}+\sqrt{2017}}$

الجواب : $\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1\left(1-\sqrt{2}\right)}{\left(1+\sqrt{2}\right)\left(1-\sqrt{2}\right)}=\frac{1-\sqrt{2}}{1^2-\sqrt{2}^2}=\frac{1-\sqrt{2}}{1-2}=\frac{1-\sqrt{2}}{-1}=-\left(1-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}-1$

قمنا بالضرب في المرافق

نقوم بنفس العملية بالنسبة ل : $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{1\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}^2-\sqrt{3}^2}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1}=-\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

نقوم بنفس العملية بالنسبة ل : $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ ونجد $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}$

وهكذا نقوم بنفس العملية بالنسبة للباقي الى أن نصل الى :

$$\frac{1}{\sqrt{2015}+\sqrt{2016}}=\sqrt{2016}-\sqrt{2015}$$

ونجد أيضا : $\sqrt{2017}-\sqrt{2016}=\dfrac{1}{\sqrt{2016}+\sqrt{2017}}$

ونعوض في : A

فنحصل على :

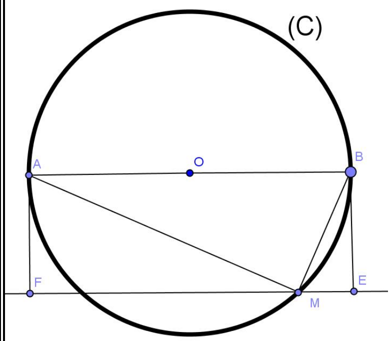
$$A=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+......+\sqrt{2016}-\sqrt{2015}+\sqrt{2017}-\sqrt{2016}$$

نلاحظ أن هناك أعداد متقابلة

$$A=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+......+\sqrt{2016}-\sqrt{2015}+\sqrt{2017}-\sqrt{2016}$$

وبعد التبسيط نجد :

$$A=\sqrt{2017}-1$$



تمرين6(4ن) أنظر الشكل جانبه

علما أن (C) دائرة قطرها $AB=8cm$ و النقطة M تنتمي للدائرة بحيث $BM=4cm$ أحسب مساحة المستطيل $ABEF$

الجواب :

$M\in(C)$ وقطر الدائرة هو $[AB]$ اذن : المثلث : ABM قائم الزاوية في M

ومنه حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة فان : $AM^2=AB^2-MB^2$ أي : $AM^2=64-16$

أي : $AM^2=48$ أي : $AM=\sqrt{48}=4\sqrt{3}cm$

ولدينا : $(AB)\,||\,(EF)$ لأن : $ABEF$ مستطيل ولدينا (BM) قاطع لهما

اذن: $\widehat{ABM}=\widehat{BME}$ (زاويتان متبادلتان داخليا)

ولدينا $\widehat{AMB}=\widehat{BEM}=90^\circ$ لأن : المثلث قائم الزاوية في M و $ABEF$ مستطيل

اذن المثلثان : BMA و MEB متشابهان ومنه : $\dfrac{MA}{EB}=\dfrac{BA}{MB}=\dfrac{BM}{ME}$ (الأضلاع المتناظرة متناسبة)

اذن: $\dfrac{4\sqrt{3}}{EB}=\dfrac{8}{4}$ يعني : $8EB=16\sqrt{3}$ يعني : $EB=2\sqrt{3}$

ومنه مساحة المستطيل $ABEF$ هي : $AB\times BE=8\times2\sqrt{3}=16\sqrt{3}cm^2$

« c’est en forgeant que l’on devient forgeron » dit un proverbe.
c’est en s’entrainant régulierement aux calculs et exercices que l’on devient un mathématicien

le : 17/12/2016