المؤسسة: الثانوية التأهيلية الداخلة
المستوى: الجذع المشترك العلمي
الأستاذ : عمر زكري

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات

توجيهات تربوية

- يتم إدراج الرموز: ∈، ∉، ⊂، ⊄، ∩، ∪.

- يهدف تناول "مبادئ في الحسابيات" إلى استئناس التلاميذ ببعض أنماط البرهنة من خلال استعمال الأعداد الزوجية والأعداد الأولية دون إفراط.

الكفـــايـات

- توظف الزوجية وتفكيك عدد إلى جداء عوامل أولية في حل بعض المسائل البسيطة حول الأعداد الصحيحة الطبيعية.

التدبير الزمني

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات	7س

المكتسبات القبلية

- العمليات و الاقواس , الاسبقية في العمليات .
- النشر و التعميل و التبسيط
- القوى في مجموعة الاعداد الحقيقية .

الامتدادات

- مسائل هندسية وعددية
- الحسابيات في $\mathbb{Z}$

الأهداف	الأنشطة	محتوى الدرس	تقويم و ملاحظات
-- تقديم المجموعة $\mathbb{N}$ -- تقديم الأعداد الزوجية و الأعداد الفردية	**نشاط 1 :** من بين الأعداد التالية حدد تلك التي تمثل أعدادا صحيحة طبيعية $"-1"\ 2,4\ "\frac{3}{2}"\ "5-2"\ "\sqrt{2}"\ "\sqrt{2}^{2}"\ "5"$ $\sqrt{2,2+13,8}$ **نشاط 2 :** - أعط الأعداد الزوجية المحصورة بين 41 و 61 - لنرمز لمجموعة الأعداد الزوجية ب P و مجموعة الأعداد الفردية ب I أتمم باستعمال أحد الرمزين $\in$ أو $\notin$: - $0.....I$ - $0.....P$ - $5\times13.....P$ $3\sqrt{7}.....I$ - $2\sqrt{5}.....P$ - $4\times17.....I$	**-- نشاط 1** **I) مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية** **1- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية** **تعريف** الأعداد 7,6,5,4,3,2,1,0... تسمى أعدادا صحيحة طبيعية و تكون مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية نرمز لها ب $\mathbb{N}$ ونكتب $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,......\}$ **مصطلحات و ترميز** - العدد 0 يسمى العدد الصحيح الطبيعي المنعدم - مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الغير المنعدمة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}^{*}$ ونكتب $\mathbb{N}^{*}=\{1,2,3,4,......\}$ - الرمز $\in$ يسمى ينتمي و الرمز $\notin$ يسمى لا ينتمي **-- تمرين 1** **-- نشاط 2** **2- الأعداد الزوجية – الأعداد الفردية** **تعريف** - نقول إن العدد الصحيح الطبيعي a عدد زوجي إذا وفقط إذا كان يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث a=2k - نقول إن العدد الصحيح الطبيعي a عدد فردي إذا وفقط إذا كان يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث a=2k+1 **أمثلة** **- الأعداد 0 2 4 6 8 أعداد زوجية.** **- الأعداد 1 3 5 7 9 أعداد فردية.**	**تمرين 1 :** أتمم باستعمال أحد الرمزين $\in$ أو $\notin$ $0.....\mathbb{N}^{*}$ - $3.....\mathbb{N}^{*}$ - $-2.....\mathbb{N}$ - $\frac{12}{6}.....\mathbb{N}$ $\sqrt{2}.....\mathbb{N}$ - $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}.....\mathbb{N}$

الأهداف

-- تقديم مضاعفات عدد و المضاعف المشترك الأصغر

الأنشطة

نشاط 3 :

1- ضع الرمز x في المكان المناسب

	24	50	75	33	121	999	211	2210
مضاعف2								
مضاعف3								
مضاعف5								
مضاعف11								

2- استخرج من بين أعداد السطر الأول المضاعفات المشتركة للعددين 2 و 3 ثم 3 و 1

نشاط 4 :

1- حدد المضاعفات العشرة الأولى للعدد 6 ثم للعدد 9

2- استنتج المضاعفات المشتركة من بين هذه المضاعفات

3- ماذا تلاحظ (اصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين 6 و 9 هو 18 المضاعفات المشتركة للعددين 6و 9 هي مضاعفات العدد 18).

نشاط 5 :

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا فرديا

1- تأكد أن n^2-1 مضاعف للعدد 8 في الحالات التالية $n=1$ - $n=3$ - $n=5$ - $n=7$.

2- بين أن n^2-1 مضاعف للعدد 8 كيفما كان n عددا فرديا.

محتوى الدرس

ملاحظات

- كل عدد صحيح طبيعي هو إما عدد زوجي أو عدد فردي
- مجموع عددين زوجيين هو عدد زوجي
- مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي
- مجموع عدد زوجي و عدد فردي هو عدد فردي

-- تمرين 2

-- نشاط 4

II) مضاعفات عدد ـ قواسم عدد

1- مضاعفات عدد

أ- تعريف: ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين حيث b غير منعدم.
نقول إن العدد a مضاعف للعدد b إذا وفقط إذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث a=bk

أمثلة

- الأعداد 0 5 10 15 20 25 235 هي مضاعفات للعدد 5

- 22 ليس من مضاعفات العدد 4.

ملحوظة - ليكن $b \in \mathbb{N}^*$.
مضاعفات العدد b هي الأعداد kb بحيث $k \in \mathbb{N}$

- $k \times 0 = 0$

ب- خاصية

- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم ما لانهاية من المضاعفات
- للعدد 0 مضاعف وحيد هو 0

ج- المضاعف المشترك الأصغر

تعريف : ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين. المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b هو أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين a و b نرمز له بالرمز $PPCM\,(a;b)$

تقويم و ملاحظات

تمرين 2 :

1- ليكن n عددا صحيحا طبيعيا
أدرس زوجية كل من $n(n+1)$ و $n+(n+1)+(n+2)$ و $4n^2+4n+1$

2 – ليكن n و m عددين صحيحين طبيعيين حيث $m>n$
بين أن $m+n$ و $m-n$ لهما نفس الزوجية.

الأهداف	الأنشطة	محتوى الدرس	تقويم وملاحظات
-- تقديم قواسم عدد و القاسم المشترك الأكبر لعددين -- التعرف على الأعداد الأولية	**نشاط 6:** حدد قواسم 90 ثم قواسم 126 ثم استنتج أكبر قاسم مشترك للعددين 90 و 126 **نشاط 7:** حدد قواسم الأعداد التالية : 4 – 40 – 35 – 11 – 4 – 6 – 5 – 7 – 23 – 25 – 2 . (ماذا نلاحظ بالنسبة للأعداد 2 - 11 – 5 – 7 – 23) نلاحظ له قاسمان بالضبط هما 1 و نفسه.	**أمثلة :** $PPCM\ (4;9)=36$ و $PPCM\ (6;10)=30$ **نشاط 6** **2- قواسم عدد** **أ- تعريف** ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين نقول إن العدد b قاسم للعدد a إذا وفقط إذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث a=bk **ملحوظة** العدد b قاسم للعدد a إذا وفقط إذا كان العدد a مضاعف للعدد b. نقول أيضا أن العدد a قابل للقسمة على b. - كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم مخالف ل 1 له على الأقل قاسمان 1 و نفسه. - للعدد 1 قاسم وحيد هو نفسه. - جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية الغير المنعدمة هي قواسم للعدد 0. **ب- القاسم المشترك الأكبر لعددين** **تعريف :** ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين. القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو اكبر قاسم مشترك لهما نرمز له بالرمز $PGCD\,(a;b)$ **-- أمثلة :** $PGCD\,(126;90)=18$ و $PPCM\ (4;9)=1$ **نشاط 7:** **III) الأعداد الأولية** **1- تعريف :** نسمي عددا أوليا كل عدد صحيح طبيعي له قاسمان بالضبط هما 1 و نفسه. **-- أمثلة** (حدد الأعداد الأولية الأصغر من40) الأعداد الأولية الأصغر من 40 هي 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37	

تقويم وملاحظات	محتوى الدرس	الأنشطة	الأهداف
	2 – التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي **أ- مبرهنة :** كل عدد صحيح طبيعي n ($n \geq 2$) هو عدد أولي أو جداء عوامل أولية. **-- أمثلة** - 41 عدد أولي - 72 عدد غير أولي إذن $72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ **ب – تعريف :** ليكن a عددا صحيحا طبيعيا غير أولي كتابة a على شكل جداء عوامله الأولية تسمى "**التفكيك إلى جداء عوامل أولية**" للعدد a. **-- أمثلة** فكك الأعداد 24 – 319 – 1344 إلى جداء عوامل أولية: $1344 = 4 \times 4 \times 4 \times 21 = 2^6 \times 3 \times 7$ **ج - تقنية للتفكيك(نقبلها)** لتفكيك عدد صحيح طبيعي غير منعدم a نأخذ اصغر عدد أولي يقسم a و ننجز القسمة فنحصل على عدد b خارج القسمة فنأخذ اصغر عدد أولي يقسم b فنحصل على خارج القسمة...و نتابع على هذا المنوال حتى نحصل على خارج يساوي 1. العدد a سيكون هو جداء جميع الأعداد الأولية التي قسمنا بها. **-- مثال:** 1344 **3 – خاصيات :** **أ – خاصية 1 :** المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة و الغير المشتركة بين تفكيكي هذين العددين إلى جداء عوامل أولية .المرفوعة إلى أكبر أس. **ب – خاصية 2 :** القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة بين تفكيكي هذين العددين إلى جداء عوامل أولية .المرفوعة إلى أصغر أس.		-- التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي -- العلاقة بين التفكيك إلى جداء عوامل أولية لعدد غير أولي و المضاعف المشترك الأصغر و القاسم المشترك الأكبر لعددين

الأهداف	الأنشطة	محتوى الدرس	تقويم وملاحظات
-- إضافات بعض الطرق المستعملة		**ملاحظات** $PGCD(a;1)=1$ ـ $PGCD(a;a)=1$ ـ $PPCM(a;1)=a$ ـ $PPCM(a;a)=a$. تمرين 3 **<u>إضافات</u>** طريقة لتحديد المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b حيث $a\geq b$ أحدد مضاعفات a ثم أتأكد بالتتابع ابتداء من أصغر مضاعف غير منعدم للعدد a هل هو مضاعف للعدد b فإذا كان الجواب لا ، أتابع البحث إن كان نعم ، أتوقف و العدد الذي حصلت فيه على هذا الجواب هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b . طريقة لتحديد القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b حيث $a\geq b$ أحدد قواسم العدد b ثم أتأكد بالتتابع تناقصيا ابتداء من أكبر قاسم للعدد b هل هو قاسم للعدد a فإذا كان الجواب لا ، أتابع البحث ان كان نعم ، أتوقف و العدد الذي حصلت فيه على هذا الجواب هو القاسم المشترك الأآبر للعددين a و b . طريقة لتحديد ما إذا آان العدد a أوليا أم لا. نحدد أولا جميع الأعداد الأولية p بحيث $p^2\leq a$ -- إذا كان a يقبل القسمة على أحد هذه الأعداد فان a غير أولي. -- إذا كان a لا يقبل القسمة على أي عدد من هذه الأعداد فان a أولي. تقديم سلسلة التمارين	تمرين 3: حدد $PGCD(84;216)$ ـ $PPCM(84;216)$ ـ $PGCD(35;121)$ $PPCM(35;121)$