

المستوى : جدع مشترك علمي	الرياضيات	الجدائة رقم : 1 الدورة الثانية
المكون : الهندسة التحليلية	المرجع : النجاح في الرياضيات الواضح في الرياضيات في رحاب الرياضيات مواقع إلكترونية	المدة الزمنية : 7 ساعات
أسبوع من : 5 مارس 2012 إلى 13 مارس 2012 السنة الدراسية 2011 - 2012		
الفصل		
النظمت		
المحتوى و الخصائص	<p>I. الجداء السلمي</p> <p>1. تعريف الجداء السلمي باستعمال الإسقاط العمودي</p> <p>2. حالات خاصة (تعامد متجهتين – المربع السلمي لمتجهة)</p> <p>3. تطبيقات</p> <p>II. الصيغة المثلثية للجداء السلمي :</p> <p>III. خاصيات الجداء السلمي</p> <p>1. تبادلية الجداء السلمي</p> <p>2. توزيعية الجداء السلمي</p> <p>3. خاصية $\alpha(\bar{U} \cdot \bar{V})$</p> <p>4. المتطابقات الهامة</p> <p>IV. تطبيقات الجداء السلمي :</p> <p>1. العلاقات المترية في المثلث القائم الزاوية</p> <p>2. مبرهنة الكاشي</p> <p>3. مبرهنة المتوسط</p> <p>4. مساحة مثلث :</p>	<p>القدرات المنتظرة أو التعليمات المستهدفة</p> <p>1. التمكن من التعبير عن المسافة والتعامد بواسطة الجداء السلمي</p> <p>2. استعمال الجداء السلمي في حل مسائل هندسية ,</p> <p>3. استعمال مبرهنة الكاشي ومبرهنة المتوسط لحل تمارين هندسية</p>
الكفايات	<p>1. التعرف على الجداء السلمي بالإسقاط العمودي</p> <p>2. التعبير عن المسافة والتعامد بواسطة الجداء السلمي</p> <p>3. التعرف على الصيغة المثلثية للجداء السلمي</p> <p>4. التعرف على بعض خاصيات الجداء السلمي (التبادلية والتوزيعية والمتطابقات الهامة).</p> <p>5. استعمال العلاقات المترية لحساب المسافات والأطوال.</p> <p>6. التعرف على مبرهنة الكاشي واستعمالها في حل بعض المسائل الهندسية</p> <p>7. التعرف على مبرهنة المتوسط واستعمالها في حل بعض المسائل الهندسية</p> <p>8. حل مسائل هندسية باستعمال الجداء السلمي.</p>	<p>المكتسبات القبلية:</p> <p>❖ الإسقاط العمودي</p> <p>❖ مبرهنة فيثاغورس</p> <p>❖ المتجهات</p> <p>❖ الحساب المثلثي</p>
براهين :	<p>الصيغة المثلثية للجداء السلمي</p> <p>قواعد الحساب المثلثي</p> <p>مبرهنة الكاشي</p> <p>العلاقات المترية في المثلث</p> <p>مبرهنة المتوسط</p>	<p>امتدادات :</p> <p>❖ تحليلية الجداء السلمي والهندسة الفضائية.</p> <p>❖ العلوم الفيزيائية</p>
تقنيات ومهارات	لا شئ	<p>الأدوات اليداكتيكية :</p> <p>السيبورة - المسطرة - الكوس - المنقلة - البركار</p>
المحتوى		

I. معادلات من الدرجة الأولى بمجهولين

1. أنشطة

نعتبر في \mathbb{R}^2 المعادلة التالية $3x - 2y + 1 = 0$

هل الأزواج $(1; 2)$ و $(-1; 2)$ و $(0; \frac{1}{2})$ حلول للمعادلة

لنحدد جميع حلول المعادلة

لتكن S مجموعة الحلول

$$S = \left\{ \left(a; \frac{3a+1}{2} \right) / a \in \mathbb{R} \right\} \text{ إذن } Y = \frac{3a+1}{2} \text{ ومنه } x = a$$

$$\text{حل المترابحة } x \in \mathbb{R} \quad 5x - 7 \leq \frac{11}{2}x + 4$$

2. تعريف

كل معادلة على شكل $ax + by + c = 0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية معلومة هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين
حل المعادلة $ax + by + c = 0$ هي إيجاد جميع الأزواج التي تحققها.

تمرين :

حل في \mathbb{R}^2 المعادلات التالية : $2x - y + 1 = 0$; $2y + 4 = 0$; $3x - 1 = 0$

II. النظم

1. أنشطة

أ. بين أن النظمة $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 4x + 5y = -2 \end{cases}$ تقبل حلا وحيدا بدون حساب المجهولين ثم حل النظمة بطريقتين مختلفتين (التعويضية والتألفية الخطية)

ب. بين أن النظمة $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -\frac{2}{3}x + y = -2 \end{cases}$ لا تقبل حلا

2. دراسة أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

أ. تعريف

تسمى أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين كل أنظمة من شكل $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حيث $(x; y) \in \mathbb{R}^2$ حيث a

و b و a' و b' أعداد حقيقية

ب. دراسة عامة

لنحل في \mathbb{R}^2 النظمة التالية : $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حيث $(x; y) \in \mathbb{R}^2$ و $(a; b) \neq (0; 0)$ و $(a'; b') \neq (0; 0)$

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b'(ax + by) - b(a'x + b'y) = b'c - bc' \\ a(a'x + b'y) - a'(ax + by) = ac' - a'c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (ab' - a'b)x = b'c - bc' \\ (ab' - a'b)y = ac' - a'c \end{cases}$$

ومنه حل النظمة يتوقف على العدد $ab' - a'b$

المستوى : جدع مشترك علمي

العدد $ab' - a'b$ يسمى محددة النظمة نرمل له ب $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$

❖ إذا كان $ab' - a'b \neq 0$ فإن النظمة تقبل حلا وحيدا :

$$y = \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b} \text{ و } x = \frac{b'c - bc'}{ab' - a'b}$$

❖ إذا كان $ab' - a'b = 0$ فإن $\begin{cases} b'c - bc' = 0 \\ ac' - a'c = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

➤ إذا كان $b'c - bc' = 0$ و $ac' - a'c = 0$ فإن S هي مجموعة حلول المعادلة $ax + by = c$

➤ إذا كان $b'c - bc' \neq 0$ أو $ac' - a'c \neq 0$ فإن $S = \emptyset$

تعريف وخاصة

نعتبر a و b و a' و b' أعداد حقيقية حيث $(a; b) \neq (0; 0)$ و $(a'; b') \neq (0; 0)$

العدد $ab' - a'b$ يسمى محددة النظمة نرمل له ب $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ نكتب $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$

❖ للنظمة $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حلا وحيدا إذا فقط إذا كان $ab' - a'b \neq 0$

في هذه الحالة تسمى النظمة نظمة كرامر وحل النظمة هو: $x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta}$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta}$ حيث $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$

❖ للنظمة $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ما لا نهاية من الحلول أو ليس لها حلا إذا فقط إذا كان $ab' - a'b = 0$

في هذه الحالة -- إذا كان $\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = 0$ و $\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = 0$ فإن S هي مجموعة حلول المعادلة $ax + by = c$

-- إذا كان $\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} \neq 0$ أو $\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} \neq 0$ فإن $S = \emptyset$

تمرين :

حل في \mathbb{R}^2 النظمات التالية : $\begin{cases} 2x + y = -2 \\ -3x - \frac{3}{2}y = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} \sqrt{2}x - y = 2 \\ x - \frac{\sqrt{2}}{2}y = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2\sqrt{3}x - y = 2 \\ 3x + \sqrt{3}y = 3 \end{cases}$

حل وناقش وفق البارامتر حيث m النظمة $\begin{cases} mx + 4y = m + 2 \\ x + my = 2 \end{cases}$

3. نظمات تآلفية أخرى

أ. نظمة ثلاث معادلات بمجهولين

حل في \mathbb{R}^2 النظمات التالية : $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ x - y = 4 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - 5y = 1 \\ x + 2y = -4 \\ 3x - 4y = -2 \end{cases}$

ب. نظمة معادلات من الدرجة الأولى بعدة مجاهيل

المستوى : جدع مشترك علمي

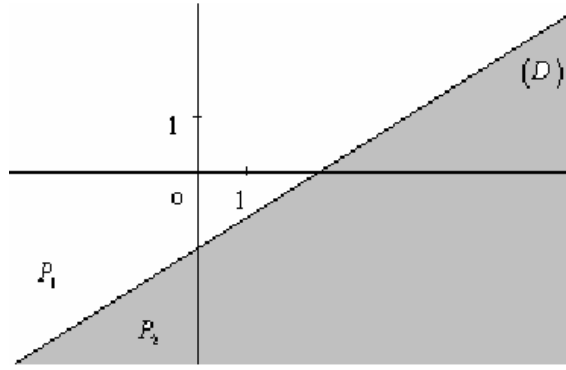
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + 2y - z = 1 \end{cases} ; \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + z = 1 \\ x - 2y - 2z = 5 \end{cases}$$

III. المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهولين

1. إشارة $ax + by + c$

خاصية : (نقلها)

كل مستقيم (D) معادلته $ax + by + c = 0$ يحدد في المستوى نصفي مستوى مفتوحين P_1 و P_2 (لا يتضمنان (D))
أحدهما هو مجموعة النقط $M(x; y)$ حيث $ax + by + c < 0$
والآخر هو مجموعة النقط $M(x; y)$ حيث $ax + by + c > 0$



ملاحظة :

لنحدد إشارة $ax + by + c$ يكفي تحديدها من أجل زوج إحداثياتي نقطة A من المستوى لا تنتمي إلى (D)
ج. دراسة عامة

تسمى أنظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين كل أنظمة من شكل $(x; y) \in \mathbb{R}^2 \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

حيث a و b و a' و b' أعداد حقيقية

لنحل في \mathbb{R}^2 النظام التالي : $(x; y) \in \mathbb{R}^2$ حيث $(a; b) \neq (0; 0)$ و $(a'; b') \neq (0; 0)$ $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

و $(a'; b') \neq (0; 0)$

IV. المعادلة التألفية

1. مفهوم معادلة تألفية

تعريف

كل معادلة يمكن كتابتها على شكل $ax + b = 0$ $x \in \mathbb{R}$ تسمى معادلة تألفية وتسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد إذا كان $a \neq 0$

المستوى : جدع مشترك علمي

2. حل معادلة تآلفية

نحل المعادلة $x \in \mathbb{R} \quad ax + b = 0$

إذا كان $a = b = 0$ فإن $S = \mathbb{R}$

إذا كان $a = 0$ و $b \neq 0$ فإن $S = \emptyset$

إذا كان $a \neq 0$ فإن $ax + b = 0$ تكافئ $x = \frac{-b}{a}$ أي أن $S = \left\{ \frac{-b}{a} \right\}$

3. حل معادلة $x \in \mathbb{R} \quad (ax + b)(cx + d) = 0$ حيث $a \neq 0$ و $c \neq 0$

$(ax + b)(cx + d) = 0$ تكافئ $ax + b = 0$ أو $cx + d = 0$

إذن مجموعة حلول المعادلة $x \in \mathbb{R} \quad (ax + b)(cx + d) = 0$ هي اتحاد مجموعة حلول المعادلة $ax + b = 0$ و $cx + d = 0$

$x \in \mathbb{R} \quad cx + d = 0$

تمرين :

حل المعادلة $x \in \mathbb{R} \quad (2x + 1)(-3x - 5) = 0$

V. المتراجحات التآلفية بمجهول واحد

1. تعريف

كل متراجحة يمكن كتابتها على شكل $x \in \mathbb{R} \quad ax + b < 0$ أو $x \in \mathbb{R} \quad ax + b \leq 0$ أو $x \in \mathbb{R} \quad ax + b > 0$ أو $x \in \mathbb{R} \quad ax + b \geq 0$ حيث $(a; b) \in \mathbb{R}^2$ تسمى متراجحة تآلفية وتسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد إذا كان $a \neq 0$

2. حل متراجحة تآلفية بمجهول واحد

أ. إشارة الحدانية $ax + b$

إذا كان $a = 0$ فإن إشارة $ax + b$ هي إشارة b

إذا كان $a \neq 0$ فإن $ax + b = a \left(x + \frac{b}{a} \right)$ وبالتالي إشارة $ax + b$ مرتبطة بإشارة a و $\left(x + \frac{b}{a} \right)$

$x + \frac{b}{a} > 0$ تكافئ $x > -\frac{b}{a}$

$x + \frac{b}{a} < 0$ تكافئ $x < -\frac{b}{a}$

نلخص هذه الدراسة في جدول يسمى جدول إشارة $ax + b$

x	$-\infty$				$-\frac{b}{a}$				$+\infty$
$ax + b$	عكس إشارة a				0	إشارة a			

تمرين :

حل المتراجحتين $x \in \mathbb{R} \quad 2x + 3 < 0$ و $x \in \mathbb{R} \quad -3x + 4 \leq 0$ بطريقتين مختلفتين

3. حل المتراجحة $x \in \mathbb{R} \quad (ax + b)(cx + d) \leq 0$ أو من نوع $x \in \mathbb{R} \quad (ax + b)(cx + d) > 0$

حل هذا النوع من المتراجحات يعتمد على دراسة $(ax + b)(cx + d)$ بتوظيف إشارة كل من $(ax + b)$ و $(cx + d)$

تمرين :

حل المتراجحتين :

$x \in \mathbb{R} \quad (-2x - 3)(3x + 5) \geq 0$ و $x \in \mathbb{R} \quad (2x + 3)(-3x + 1) < 0$

المستوى : جدع مشترك علمي

VI. المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

1. تعريف

تسمى معادلة من الدرجة الثانية في IR كل معادلة على شكل $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $x \in IR$ و a و b و c أعداد حقيقية و a غير منعدم

2. أمثلة

حل في IR المعادلات التالية : $x^2 - 2x + 3 = 0$; $x^2 - 6x - 7 = 0$; $2x^2 + 1 = 0$; $x^2 - 5 = 0$; $3x^2 - \sqrt{3}x = 0$

3. بصفة عامة

نعتبر المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $x \in IR$ و $a \neq 0$ لكل $x \in IR$

$$\text{لدينا : } ax^2 + bx + c = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right)$$

$$\text{الكتابة : } ax^2 + bx + c = 0 \text{ تسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود } a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right)$$

$$\text{لنحل المعادلة : } ax^2 + bx + c = 0 \text{ تكافئ } \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} = 0$$

من خلال هذا يتبين أن حل المعادلة يتوقف على إشارة العدد $b^2 - 4ac$ الذي يسمى مميز المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ نرسم له $\Delta = b^2 - 4ac$ نكتب

❖ إذا كان $\Delta < 0$ فإن $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} > 0$ وبالتالي المعادلة لا تقبل حلا في IR

❖ إذا كان $\Delta = 0$ فإن $x + \frac{b}{2a} = 0$ أي $x = -\frac{b}{2a}$

❖ إذا كان $\Delta > 0$ فإن $ax^2 + bx + c = 0$ تكافئ $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0$

$$\text{تكافئ } \left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} \right) = 0$$

$$\text{تكافئ } x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = 0 \text{ أو } x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = 0$$

$$\text{تكافئ } x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ أو } x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

مبرهنة

نعتبر المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $x \in IR$ و $a \neq 0$ و S مجموعة حلولها في IR .
العدد $b^2 - 4ac$ يسمى مميز المعادلة أو ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c = 0$ نرسم له Δ ونكتب $\Delta = b^2 - 4ac$

❖ إذا كان $\Delta < 0$ فإن $S = \emptyset$

❖ إذا كان $\Delta = 0$ فإن $S = \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$

❖ إذا كان $\Delta > 0$ فإن $S = \left\{ \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} ; \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right\}$

المستوى : جدع مشترك علمي

اصطلاح :

إذا كان : $\Delta = 0$ فإن : $x = -\frac{b}{2a}$ في هذه الحالة نقول إن $-\frac{b}{2a}$ حل مزدوج للمعادلة

ملاحظة :

إذا كان : a و c لهما إشارتان مختلفتين فإن للمعادلة حلين .

تمرين 1 :

حل في IR المعادلات

$$5x^2 - 4x + 2 = 0 \quad ; \quad x^2 - (1 + \sqrt{3})x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$4x^2 + 3x - 1 = 0 \quad ; \quad x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$$

تمرين 2 :

نعتبر ABC مثلث قائم الزاوية في A حيث $AB = 9$ و $AC = 4$
حدد موضع نقطتين E و D تنتميان على التوالي ل $[AB]$ و $[AC]$ بحيث $AD = BE$ ومساحة المثلث ADE تساوي

مساحة الرباعي $BCDE$

اختيار المجهول : نضع $AD = BE = x$

مساحة المثلث ADE هي $\frac{x(9-x)}{2}$

مساحة الرباعي $BCDE$ هي $\frac{4 \times 9}{2} - \frac{x(9-x)}{2}$

$$\text{لدينا : } \frac{4 \times 9}{2} - \frac{x(9-x)}{2} = \frac{x(9-x)}{2}$$

$$\text{ومنه } x^2 - 9x + 18 = 0$$

4.نتيجة

نعتبر معادلة من شكل $ax^2 + 2b'x + c = 0$ و $x \in IR$ و $a \neq 0$

لدينا $\Delta = 4(b'^2 - ac)$ نضع $\Delta' = b'^2 - ac$

إشارة Δ هي إشارة Δ'

❖ إذا كان : $\Delta' < 0$ فإن : $S = \emptyset$

❖ إذا كان : $\Delta = 0$ فإن : $S = \left\{ -\frac{b'}{a} \right\}$

❖ إذا كان : $\Delta > 0$ فإن : $S = \left\{ \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} ; \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} \right\}$

العدد Δ' يسمى المميز المختصر للمعادلة

تمرين :

حل : $x \in IR$; $6x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0$

5.تعميل ثلاثية الحدود

نعتبر ثلاثية الحدود $T(x) = ax^2 + 2b'x + c = 0$ بحيث $a \neq 0$

ليكن Δ مميزها

❖ إذا كان : $\Delta < 0$ فإن : $T(x)$ لا تقبل جذرا وبالتالي $T(x)$ لا يمكن تعميلها في IR

❖ إذا كان : $\Delta = 0$ فإن : $T(x)$ لها جذر وحيد $-\frac{b'}{2a}$ وبالتالي $T(x) = a\left(x + \frac{b'}{2a}\right)^2$ لا يمكن تعميلها في IR

❖ إذا كان : $\Delta > 0$ فإن : $T(x)$ لها جذرين مختلفين x_1 و x_2

المستوى : جدع مشترك علمي

وبالتالي : $T(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

تمرين :

عمل : $P(x) = 3x^2 - 4x - 4$; $Q(x) = 3x^2 - (1 + \sqrt{3})x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

6. معادلات تؤول في حلها إلى معادلات من الدرجة الثانية

مثال 1 : حل $x \in \mathbb{R}$ $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

مثال 2 : حل $x \in \mathbb{R}$ $2x - 7\sqrt{x} - 4 = 0$

مثال 3 : نعتبر $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - x + 1$

احسب $P\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم حل المعادلة : $P(x) = 0$

7. مجموع وجداء جذري ثلاثية الحدود

نعتبر $P(x) = ax^2 + bx + c$ بحيث $a \neq 0$

لنفترض أن $\Delta > 0$ وأن جذريهما x_1 و x_2

لكل $x \in \mathbb{R}$

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$= a(x - x_1)(x - x_2) \quad \text{لدينا}$$

$$= ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1x_2$$

$$\text{إذن : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{و} \quad x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

خاصية

إذا كان للمعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ $x \in \mathbb{R}$ حيث $a \neq 0$ حلان x_1 و x_2

فإنهما يحققان العلاقتين $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ و $x_1x_2 = \frac{c}{a}$

تمرين :

تأكد أن للمعادلة : $4x^2 - 7x + 5 = 0$ جذران x_1 و x_2 ثم احسب $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ دون حساب x_1 و x_2

VII. المتراجحات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

1. إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود $T(x) = ax^2 + bx + c$ $x \in \mathbb{R}$

ليكن Δ مميزها

$$T(x) = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right) \quad \text{الشكل القانوني}$$

إذا كان $\Delta < 0$ فإن إشارة $ax^2 + bx + c$ هي إشارة a

إذا كان $\Delta = 0$ فإن $ax^2 + bx + c$ يكون منعدما من أجل $x = -\frac{b}{a}$ وإشارتها هي إشارة a لكل $x \in \mathbb{R} - \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$

إذا كان $\Delta > 0$ فإن $T(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ حيث x_1 و x_2 جذري $ax^2 + bx + c$

المستوى : جدع مشترك علمي

نفترض $x_1 < x_2$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$x - x_1$	-	0	+	+
$x - x_2$	-	-	0	+
$T(x)$	إشارة a	0	عكس إشارة a	إشارة a

- ❖ إذا كان $\Delta < 0$ فإن إشارة $ax^2 + bx + c$ هي إشارة
- ❖ إذا كان $\Delta = 0$ فإن إشارة $ax^2 + bx + c$ هي إشارة a لكل x من $\mathbb{R} - \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$
- ❖ إذا كان $\Delta > 0$ و x_1 و x_2 جذري $ax^2 + bx + c$ حيث $x_1 < x_2$ فإن إشارة $ax^2 + bx + c$ هي إشارة a خارج الجذرين وعكس إشارة a داخل الجذرين

2. المتراجحات

أ. حل في \mathbb{R} المتراجحات التالية

$$x^2 - 2x + 3 < 0 ; x^2 - 6x - 7 \leq 0 ; 2x^2 + 1 \geq 0 ; x^2 - 5 > 0 ; 3x^2 - \sqrt{3}x \geq 0$$

ب. متراجحات تؤول في حلها إلى متراجحات من الدرجة الثانية

مثال 1

حل في \mathbb{R} المتراجحتين $2x^4 - 9x^2 + 4 > 0$; $\frac{x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}}{x^2 - x - 2} \geq 0$

مثال 2

نعتبر $P(x) = 6x^3 - 13x^2 + 4$

تأكد أن $\sqrt{2}$ جذر للحدودية $P(x)$

حل في \mathbb{R} المتراجحة $P(x) \leq 0$

حل في \mathbb{R} المتراجحة $P(x) \leq 3x^2(x - 2)$

تمرين

نعتبر $P(x) = -x^3 + (3+a)x^2 - (2+3a)x + 2a$

بين أن a جذر للحدودية $P(x)$

حدد حدودية $Q(x)$ حيث $P(x) = (x - a)Q(x)$

ادرس إشارة $-x^2 + 3x - 2$

حل في \mathbb{R} $P(x) > 0$ حيث $Q(a) > 0$