الجذع مشترك علمي	سلسلة تمارين في درس الترتيب	الأستاذ : نجيب عثماني

التمرين الأول : ليكن a و b عددان حقيقيان بحيث: $3 \prec |2a-b| \prec 5$ و $2 \prec b \prec 5$

1 – بين أن: $\frac{-1}{2} \prec a \prec 4$ ؟

2 – أطر كل من الأعداد: $x = 2a-b$ و $y = a^2+b^2$ و $z = ab$ ؟

3 – أ – أنشر الجداء: $(2a-b)(2b-a)$

ب – بين أن: $\left|5ab-2\left(a^2+b^2\right)\right| \prec \frac{63}{2}$

التمرين الثاني: نضع : $A = x+y-6xy$ حيث x و y عددين حقيقين من المجال $\left[0,\frac{1}{3}\right]$

1 – بين أن: $\left|2y-\frac{1}{3}\right| \le \frac{1}{3}$ و $\left|\frac{1}{2}-3x\right| \le \frac{1}{2}$

2 – تحقق أن: $\left|A-\frac{1}{6}\right| = \left|2y-\frac{1}{3}\right|\left|\frac{1}{2}-3x\right|$

3 – إستنتج أن: $A \in \left[0,\frac{1}{3}\right]$

التمرين الثالث :

1 – بين أنه إذا كان a قيمة مقربة بإفراط للعدد $\frac{2}{3}$ إلى 2×10^{-1} فإن: $\frac{2}{3} \le a \le \frac{13}{15}$

2 – حدد تأطيرا للعدد $\frac{a}{a-1}$ ،

ثم إستنتج أن: $\left|\frac{a}{a-1}\right| \le \frac{13}{2}$

3 – ليكن b عدد حقيقيا بحيث: $\left|\frac{3b+1}{3a}\right| \le \frac{1}{13}$

أ – بين أن: $-\frac{2}{5} \le b \le -\frac{4}{15}$

ب – حدد تأطيرا للعدد $\frac{a}{b}$ ؟

التمرين الرابع :

1 – ليكن a عددا حقيقيا بحيث: $a \in [0,1]$.

بين أن: $\frac{1}{a+1} \in \left[\frac{1}{2},1\right]$

2 – ليكن a و b عددان حقيقيان بحيث: $a \in [0,1]$ و $b \in [0,1]$.

بين أن: $\left|\frac{1}{a+1}-\frac{1}{b+1}\right| \le |a-b|$

3 – علما أن:

$0,707 \prec \frac{\sqrt{2}}{2} \prec 0,708$ و $0,866 \prec \frac{\sqrt{3}}{2} \prec 0,867$

أ – أعط تقريبا إلى 2×10^{-3} بتفريط وإفراط للعدد $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

ب – إستنتج أن: $\left|\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}+1}-\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}+1}\right| \prec 0,2$

التمرين الخامس:

ليكن x عنصرا من المجال $[1,+\infty[$

1 – تحقق أن: $x+\sqrt{x}-2 = \left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)$

2 – بين أن: $0 \le \sqrt{x}-1 \le \frac{1}{2}(x-1)$

3– أ – بين أن:

$$\frac{1}{\sqrt{x}}-\left(1-\frac{1}{2}(x-1)\right) = \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}}\left(x+\sqrt{x}-2\right)$$

ب – إستنتج أن:

$$\frac{1}{\sqrt{x}}-\left(1-\frac{1}{2}(x-1)\right) = \left(\sqrt{x}-1\right)^2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

4– نفترض أن $x \in [1,1+r]$ حيث: $r \in \mathbb{R}_+^*$

أ – بين أن: $\left(\sqrt{x}-1\right)^2 \le \frac{r^2}{4}$ و $\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{x}} \le \frac{3}{2}$

ب – إستنتج أن: $\left|\frac{1}{\sqrt{x}}-\left(1-\frac{1}{2}(x-1)\right)\right| \le \frac{3r^2}{4}$

5– أوجد قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{\sqrt{1,0004}}$ بالدقة 6.10^{-8}

التمرين السادس: ليكن a و b عددان حقيقيان بحيث $1 \le x^2-xy+y^2 \le 2$

1– بين أن: $\frac{2}{9} \le x^4+y^4 \le 8$

2– بين أن:

$$\left[(\forall n \in \mathbb{N}) \;\; n \ge 3\right] \;\; x^{2^n}+y^{2^n} \ge \frac{2}{3^{2^n}}$$