

## تمرين 6

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان.  
أثبت أن:

$$a\sqrt{a} - b\sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(a + b + \sqrt{ab})$$

$$\text{و } a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + b - \sqrt{ab})$$

## تمرين 7

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان غير منعدمان.

$$E = \frac{a^{-2}b^{-3}(ab^2)^3 + a^3b}{a^2 + b^2} \quad \text{نضع:}$$

(1) - بسط صيغة E.

(2) - اكتب E كتابة علمية، في حالة  $a = 10000$  و  $b = 0,04$ .

## تمرين 8

$a$  و  $b$  و  $c$  ثلاث أعداد حقيقية.  
بين أن:

$$(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 3(a-b)(b-c)(c-a)$$

## تمرين 9

$n$  عدد صحيح طبيعي.

$$\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3} \in \mathbb{N} \quad \text{بين أن:}$$

## تمرين 10

حدد ثلاث أعداد صحيحة طبيعية  $n$  و  $m$  و  $p$ ، حيث:

$$3240 = 2^n \times 3^m \times 5^p$$

## تمرين 11

(1) - اذكر عددا حقيقيا  $r$ ، حيث:  $r^2 \in \mathbb{Q}$  و  $r \notin \mathbb{Q}$

(2) - اذكر عددين حقيقيين  $a$  و  $b$ ، حيث:

$$a + b \in \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad a \notin \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad b \notin \mathbb{Q}$$

(3) - اذكر عددين حقيقيين  $x$  و  $y$ ، حيث:

$$xy \in \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad y \notin \mathbb{Q} \quad \text{و} \quad x \notin \mathbb{Q}$$

## تمرين 12

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان حيث:  $b > 1$

$$\sqrt{a} \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{2b}{1+b^2}} + \sqrt{1 - \frac{2b}{1+b^2}}}{\sqrt{a + \frac{2ab}{1+b^2}} - \sqrt{a - \frac{2ab}{1+b^2}}} = b \quad \text{تحقق أن:}$$

## تمرين 1

(1) - أتمم باستعمال الرمز المناسب:

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \dots \mathbb{Q} \quad \frac{1}{3} \dots \mathbb{ID} \quad 3,5 \dots \mathbb{Z} \quad 10 \dots \mathbb{IN}$$

$$\pi \dots \mathbb{Q} \quad \sqrt{49} \dots \mathbb{IN} \quad \frac{93}{125} \dots \mathbb{ID} \quad \frac{2\pi}{3} \dots \mathbb{IR}$$

$$\mathbb{IR} \dots \mathbb{IN} \quad \mathbb{IN} \dots \mathbb{ID} \quad 0 \dots \mathbb{IR} \quad \frac{-\sqrt{12}}{\sqrt{3}} \dots \mathbb{Z}$$

$$\mathbb{ID} \dots \mathbb{IR} \quad \mathbb{IR} \dots \mathbb{Z} \quad \mathbb{Z} \dots \mathbb{Q}$$

(2) - اقترح الأعداد التالية:

$$10^{-3}; -10^3; 3587; 4 \times 10^{-2}; \pi; -\frac{3}{100}; -\frac{22}{7};$$

$$3,14; \sqrt{2}; \sqrt{0,25}; \frac{1}{3}; -\frac{21}{6}; \sqrt{\sqrt{16}}; 0.$$

(أ) - استخرج الأعداد العشرية.

(ب) - استخرج الأعداد الجذرية غير العشرية.

(ج) - استخرج الأعداد اللاجزرية.

## تمرين 2

$$N = \frac{6^{15} \times 25^7}{3^7 \times 9^4} \quad \text{نعتبر العدد التالي:}$$

(1) - اكتب العدد  $N$  على شكل  $2^n \times 5^m$ ، حيث  $n$  و  $m$  عدنان صحيحان طبيعيان.

(2) - حدد عدد الأصفار التي ينتهي بها العدد  $N$ .

(3) - أوجد الكتابة العلمية للعدد  $N$ .

## تمرين 3

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{2 + \sqrt{3}} \quad \text{نعتبر العدد التالي:}$$

(1) - حدد إشارة  $A$ .

(2) - بين أن:  $A^2 \in \mathbb{N}$ .

(3) - استنتج القيمة المبسطة للعدد  $A$ .

## تمرين 4

(1) - بسط التعبيرين التاليين:

$$\left(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}\right)^3 \quad \text{و} \quad \left(2 + \sqrt{2}\right)^3$$

(2) - عمل أكثر ما يمكن التعبيرين التاليين:

$$x^6 - 1 \quad \text{و} \quad x^6 + 1$$

$$(3) - \text{بين أن: } 12^3 = (9 + \sqrt{5})^3 + (9 - \sqrt{5})^3$$

## تمرين 5

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان، بحيث:

$$a + b = 1 \quad \text{و} \quad a^2 + b^2 = 2$$

حدد قيمة كل من  $ab$  و  $a^3 + b^3$ .

بين أن:

$$\frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{zx+z+1} = 1$$

## تمرين 13

بين أن:  $1 + \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$  (نقبل أن:  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ ).

## تمرين 14

 $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان قطعاً حيث:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{5}$$

(1)- بين أن:  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$ (2)- احسب  $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$  و  $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}$ 

## تمرين 15

 $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان موجبان حيث:  $a \geq b$ .  
بين أن:

$$\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}}$$

## تمرين 16

بين أن:  $\sqrt{2} \sqrt{\frac{5\sqrt{2}-7}{5\sqrt{2}+7}} + 5 \sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}} \in \mathbb{N}$ 

## تمرين 17

 $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان غير منعدمان بحيث:

$$a^2 + b^2 = 6ab$$

(1)- بين أن للعددين  $a$  و  $b$  نفس الإشارة.(2)- حدد قيمة  $\frac{a+b}{a-b}$ 

## تمرين 18

 $x$  عدد حقيقي بحيث:  $\sqrt{x+23} + \sqrt{x} = 46$ .  
حدد القيمة العددية للتعبير  $\sqrt{x+23} - \sqrt{x}$  (دون تحديد قيمة  $x$ ).

## تمرين 19

 $x$  عدد حقيقي بحيث  $x^7$  و  $x^{12}$  عدنان جذريان.  
بين أن:  $x \in \mathbb{Q}$ .

## تمرين 20

 $a$  و  $b$  عدنان صحيحان طبيعيان غير منعدمان بحيث:

$$b^b = a \text{ و } a^a = b$$

بين أن:  $a = b = 1$ .

## تمرين 21

 $x$  و  $y$  و  $z$  ثلاث أعداد حقيقية حيث:  $xyz = 1$ .