التمرين الأول

بسط ما يلي :

$$x = 5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{147}$$

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{363} + \sqrt{108} - \sqrt{300} + \frac{2}{\sqrt{12}} - 2\sqrt{\frac{75}{36}}$$

$$z = \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}-2} + \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+2}$$

التمرين الثاني

اجعل مقامات الأعداد التالية أعدادا صحيحة طبيعية :

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \quad ; \quad \frac{2-\sqrt{3}}{1-\sqrt{5}} \quad ، \quad \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$$

التمرين الثالث

1) أنشر $\left(1+\sqrt{5}\right)^2$ و $\left(1-\sqrt{5}\right)^2$

ثم بسط $\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

2) نضع $A = \sqrt{6-\sqrt{11}} + \sqrt{6+\sqrt{11}}$ أحسب A^2 ثم استنتج تبسيطا للعدد A

التمرين الرابع

1) أحسب $\left(\sqrt{5}-3\right)^2$; $\left(\sqrt{5}+3\right)^2$

2) بين أنه يوجد عدد صحيح طبيعي t يجب تحديده بحيث $\left(7+3\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)\sqrt{7-3\sqrt{5}} = t\sqrt{2}$

التمرين الخامس

نضع $a = \sqrt{12+3\sqrt{7}}$ و $b = \sqrt{12-3\sqrt{7}}$ ونعتبر العددين $X = a+b$; $Y = b-a$

1) تحقق أن $ab = 9$

2) أحسب X^2 ; Y^2 ثم استنتج تبسيطا لكل من العددين X , Y

3) تحقق أن $a = \frac{X-Y}{2}$, $b = \frac{X+Y}{2}$ و استنتج أن

$$a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{42}}{2} \quad ; \quad b = \frac{\sqrt{42}-\sqrt{6}}{2}$$

4) بسط العدد $c = \left(\sqrt{7}-1\right)\left(4+\sqrt{7}\right)\sqrt{4-\sqrt{7}}$

التمرين السادس

بسط ما يلي :

1) $x = \left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+3\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-3\right)\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

2) $\gamma = \sqrt{6-\sqrt{11}} - \sqrt{6+\sqrt{11}}$

التمرين السابع

ليكن a عدد حقيقي غير منعدم وبحيث : $a + \frac{1}{a} = \sqrt{11}$

أحسب $a^2 + \frac{1}{a^2}$ ثم $a^3 + \frac{1}{a^3}$

فرض منزلي رقم 1

1) لتكن a , b , c أعداد حقيقية موجبة مع $a < b < c$ وبحيث $2b = a + c$ بين أن

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{2}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}$$

2) لتكن a , b , c أعداد حقيقية غير منعدمة و بحيث : $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2$ بين أن $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} = 0$

3) لتكن x , y , z ثلاث أعداد غير منعدمة و مختلفة مثنى مثنى و تحقق $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = z + \frac{1}{x}$ بين أن

$$|xyz| = 1$$

التمرين الثامن

1) حدد الأعداد الحقيقية x ; y ; z علما أنها متناسبة مع الأعداد 2 ; 5 ; 8 و أن $5x - 4y + 3z = 10,5$

2) a , b عددان حقيقيان وبحيث :

$(a-b)(3a-2b) = 2ab$ أحسب $\frac{a+b}{a-b}$

3) a , b , c , d أعداد حقيقية وبحيث : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ بين أن $\frac{a}{ka+c} = \frac{b}{kb+d}$ لكل k من $\mathbb{R}^*$

التمرين التاسع

1) قارن العددين $8\sqrt{3}$ و $6\sqrt{5}$

2) قارن العددين $\sqrt{6}+\sqrt{35}$ و $\sqrt{10}+\sqrt{21}$

3) a , b عددان حقيقيان موجبان قطعا

بين أنه إذا كان $a < b$ فإن $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$

4) a , b عددان حقيقيان موجبان قطعا و بحيث : $a > b$

بين أن $\frac{b}{b+1} < \frac{a}{a+1}$

التمرين العاشر

1) a , b , c أعداد حقيقية موجبة قطعا

أ- بين أن $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

ب- استنتج أن $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

ج- بين أن $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$

2) a , b عددان حقيقيان موجبان قطعا مع $a \leq b$

أ- بين أن $a \leq \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq b$

ب- استنتج أن $\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{a+c} \leq \frac{a+b+c}{2}$