المعادلات و المتراجحات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

prof: atmani

التمرين 1

1. أ - انشر $\left(\sqrt{3}-1\right)^2$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sqrt{3}x^2+\left(1+\sqrt{3}\right)x+1=0$

2. أ - بين أن : $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2x^2-\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)x+\frac{\sqrt{6}}{2}=0$

3. أ - بين أن : $\sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{4}}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $X^2+\frac{\sqrt{3}-1}{2}X-\frac{\sqrt{3}}{4}=0$

التمرين 2

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2-3x-\sqrt{3}=0$

1. تحقق أن للمعادلة حلين مختلفين α و β دون تحديدهما.
2. احسب ما يلي : $\alpha+\beta$ ؛ $\alpha\beta$ ؛ $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$

$\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ ؛ $\alpha^2+\beta^2$ ؛ $\alpha^3+\beta^3$

التمرين 3

باستعمال المميز المختصر حل المعادلات التالية :

$8x^2-10x+3=0$ ؛ $x^2-4x-1=0$

$100x^2+140x+49=0$ ؛ $x^2-22x-23=0$

$x^2-2\sqrt{5}x+7=0$

التمرين 4

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E): x^2-x-500=0$

1. بدون حساب Δ بين ان المعادلة (E) تقبل حلين مختلفين ثم حل المعادلة.
2. ليكن x و y عددين حقيقيين , تحقق أن

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

3. استنتج قيمة العدد : $A=\left(\frac{1+\sqrt{2013}}{2}\right)^3+\left(\frac{1-\sqrt{2013}}{2}\right)^3$

التمرين 5

1. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $3x^2-x-4\geq 0$
2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $15x^2-7x-2=0$
3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $15x^3-7x^2-2x<0$

التمرين 6

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E): x^2-5x+6+m=0$ حيث m بارامتر حقيقي.

1. حل المعادلة (E) في حالة $m=0$
2. أ - حدد قيم m التي من أجلها يكون للمعادلة (E) حلين مختلفين غير منعدمين x_1 و x_2

ب - احسب بدلالة m $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}$

التمرين 7

1. ادرس إشارة كل من الحدوديتين : x^2-5x+4 و x^2-4x+3 ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة

$(x^2-5x+4)(x^2-4x+3)\leq 0$

2. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة :

$(x^2-9x+14)(x^2-7x+6)\leq 0$

التمرين 8

نعتبر الحدودية : $P(x)=6x^3+x^2-4x+1$

1. احسب $P(-1)$
2. حدد الحدودية $Q(x)$ بحيث $P(x)=(x+1)Q(x)$
3. أ - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $Q(x)=0$

ب - استنتج مجموعة حلول المتراجحة : $P(x)<0$

التمرين 9

1. أ - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2-4x-5=0$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $2x+6>(x-1)^2$

2. أ - نعتبر الحدودية $P(x)$ بحيث :

$P(x)=x^3-8x^2+11x+20$

تحقق أن -1 جذر للحدودية $P(x)$

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

ج - استنتج حل المعادلة : $x^6-8x^4+11x^2+20=0$

3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $P(x)>0$

التمرين 10

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2x^2-5mx-3m^2=0$ حيث m بارامتر حقيقي.
2. حدد حسب قيم m مجموعة حلول المتراجحة :

$2x^2-5mx-3m^2\geq 0$

3. ليكن α و β حلي المعادلة. أوجد قيم m حيث

$\alpha+\alpha\beta+\beta=-1$